РОСЖЕЛДОР
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»
(ФГБОУ ВО РГУПС)
ТЕХНИКУМ
(ТЕХНИКУМ ФГБОУ ВО РГУПС)

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов 2 курса по дисциплине «Математика»

для специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

Ростов – на –Дону

2016

Рассмотрено
Предметной (цикловой) комиссией «Естественнонаучных и гуманитарных дисциплин»

ПР №1 от 30.08.2016

Председатель

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математика» разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее — ФГОС) для специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

Заместитель директора по УМР

Разработчик: Тареева Е.А.., преподаватель техникума ФГБОУ ВО РГУПС

Рекомендована объединенной методической комиссией техникума ФГБОУ ВО РГУПС.

Заключение ОМК № 1 от «26» сентября 2016г.

Содержание:

1. Пояснительная записка

В связи с введением в образовательный процесс нового Федерального государственного образовательного стандарта все более актуальной становится задача организации самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа определяется как индивидуальная или коллективная учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства педагога, но по его заданиям и под его контролем.

Самостоятельная работа студентов является одной из основных форм внеаудиторной работы при реализации учебных планов и программ. По дисциплине «Математика» практикуются следующие виды и формы самостоятельной работы студентов:

- отработка изучаемого материала по печатным и электронным источникам, конспектам лекций;
- изучение лекционного материала по конспекту с использованием рекомендованной литературы;
- написание конспекта-первоисточника;
- завершение практических работ и оформление отчётов;
- подготовка информационных сообщений, докладов с компьютерной презентацией, рефератов.

Самостоятельная работа студентов по математике может проходить в лекционном кабинете, компьютерном классе, дома.

Целью самостоятельной работы студентов по математике является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Студент в процессе обучения должен не только освоить учебную программу, но и приобрести навыки самостоятельной работы. Студент должен уметь планировать и выполнять свою работу.

Максимальное количество часов на дисциплину «Математика» на 2 курсе специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)», предусмотренное учебным планом, составляет - **96** часов, в том числе:
обязательная аудиторная нагрузка обучающегося **64**часа;
самостоятельная работа обучающегося – **32** часа.

Удельный вес самостоятельной работы по математике составляет по времени 50% от количества аудиторных часов, отведённых на изучение дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого студента и определяется учебным планом.

Для организации самостоятельной работы необходимы следующие условия:
- готовность студентов к самостоятельному труду;
- наличие и доступность необходимого учебно-методического и справочного материала;
- консультационная помощь.

Формы самостоятельной работы студентов определяются при разработке рабочей программы учебной дисциплины содержанием учебной дисциплины, степенью подготовленности студентов.

2. Виды самостоятельных работ

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы:
- аудиторная;
- внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Содержание внеаудиторной самостоятельной работы определяется в соответствии с рекомендуемыми видами заданий согласно примерной и рабочей программ учебной дисциплины.

Согласно Положению об организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов на основании компетентностного подхода к реализации профессиональных образовательных программ видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- *для овладения знаниями*: чтение учебного материала (учебника, дополнительной литературы), конспектирование текста, работа со справочниками, ознакомление с нормативными документами, учебно-исследовательская работа, использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники, Интернета и др.
- *для закрепления и систематизации знаний*: работа с конспектом лекции, составление алгоритмов, составление таблиц для систематизации учебного материала, ответы на контрольные вопросы, заполнение рабочей тетради, завершение аудиторных практических работ и оформление отчётов по ним, подготовка мультимедиа сообщений/докладов к выступлению на семинаре (конференции), материалов-презентаций, подготовка рефератов, тестирование и др.
- *для формирования умений*: решение задач и упражнений по образцу, решение вариативных задач, выполнение чертежей, схем, выполнение расчетов (графических работ), решение ситуационных (профессиональных) задач, подготовка к деловым играм, проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, опытно экспериментальная работа, рефлексивный анализ профессиональных умений с использованием аудио- и видеотехники и др.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объёма, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности учебного материала, уровня умений студентов.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия по дисциплине и внеаудиторную самостоятельную работу студентов по дисциплине, может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов по математике:

- подготовка докладов и информационных сообщений на заданные темы и их слайдового сопровождения;
- подготовка и написание рефератов;
- завершение практических работ и оформление отчётов;
- написание конспектов;
- создание материала-презентации.

Чтобы развить положительное отношение студентов к внеаудиторной самостоятельной работе, следует на каждом ее этапе разъяснять цели работы, контролировать понимание этих целей студентами, постепенно формируя у них умение самостоятельной постановки задачи и выбора цели.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины:

- иметь представление о математике как о развивающейся системе, имеющей связь с другими науками;

- уметь устанавливать и реализовать междисциплинарные связи с предметами естественнонаучных и других циклов, актуализировать, интегрировать знания и умения студентов по математике в процессе самостоятельной работы по дисциплине;

- осознавать значение математики в профессиональной деятельности;

- знать основные математические методы решения задач в области профессиональной деятельности;

- знать основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики, численных методов;

- знать основы интегрального и дифференциального исчисления.

4. Ожидаемые результаты:

В результате изучения дисциплины студент должен

уметь:

-решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

-использовать основы математического анализа для решения прикладных задач;

-анализировать сложные функции и строить их графики;

-пользоваться вычислительной техникой и таблицами для проведения расчетов;

-решать несложные задачи с применением производной и первообразной;

-владеть техникой решения уравнений и неравенств;

-решать несложные задачи на вычисление с использованием изученных свойств и формул;

-применять методы математического моделирования в практических исследованиях.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- для практических расчетов по формулам, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

- для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков,

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения,

- для построения и исследования простейших математических моделей,

- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;

- для анализа информации статистического характера.

В результате чего должны возникнуть

- сформированность мотивов самообразовательной деятельности студентов на основе современных технологий;

- обобщённые представления об основных достижениях в области математики;
- овладение комплексом знаний и умений, необходимых для эффективного самостоятельного освоения новых тем по математике;
- повышение уровня коммуникативной компетентности; способность к продуктивному сотрудничеству, умение инициировать и вести учебный диалог, способность чётко, связно, логично, правильно отвечать на вопросы и высказывания других студентов и преподавателей;
- умение моделировать и создавать в учебном процессе проблемные ситуации, ситуации совместной исследовательской деятельности;
- сформированность рефлексивных умений, способности к самоконтролю, самооценке; владение методами исследовательской работы.

Уровни сформированности основных компетенций выявляются во время аудиторных занятий, в процессе и результатах самостоятельной работы, во время практики и при защите практических работ.

5. Перечень самостоятельных работ по дисциплине «Математика» для 2 курса специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

№ и название темы	Наименование самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Объем часов	Формы выполнения
Раздел 1. Математический анализ				
Тема 1.1. Дифференциальное исчисление	1.Отработка техники дифференцирования. 2.Исследование функции с применением дифференциального исчисления и построение её графика. 3.Решение задач на наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 1. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г. 3 Башмаков М.И. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень). М.: ИЦ «Академия», 2011г.	5	Решение примеров (отработка приёмов). Расчётно-графическая работа. Расчётная работа.

Тема 1.2 Интегральное исчисление	1.Решение физических задач с помощью определенных интегралов. 2.Площадь криволинейной трапеции. ***Темы исследовательских работ:*** 1.Интегрирование рациональных дробей. 2.Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен. 3.Поверхности тел вращения. 4.Несобственные интегралы.	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 1. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г. 3 Башмаков М.И. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень). М.: ИЦ «Академия», 2011г.	**2**	Решение примеров. Расчётно-графическая работа. Реферат Презентация Презентация Сообщение
Тема 1.3 Дифференциальные уравнения	1.Дифференциальные уравнения и их практическое применение. 2.Задача Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. 3.Задачи на составление	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 2. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д:		Реферат Решение задач (отработка приёмов). Сообщение

	дифференциальных уравнений. 4.Дифференциальные уравнения высших порядков. 5.Метод Бернулли. ***Темы исследовательских работ:*** 1.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.	Феникс, 2012г. 3 Башмаков М.И. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень). М.: ИЦ «Академия», 2011г.		Презента-ция Сообще-ние Изучение алгорит-мов и методов решения
Тема 1.4 Ряды	1.Применение рядов Фурье в электротехнике. 2.Приближенные вычисления с помощью ряда Маклорена.	Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г.		Презента-ция Презента-ция
Раздел 2. Основы дискретной математики				
Тема 2.1 Множества и отношения	Выполнение различных операций над заданными множествами. Составление диаграмм Эйлера-Венна	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 1. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д:	**2**	Решение проблем-ных задач

		Феникс, 2012г.		
Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики.				
Тема 3.1 Основы теории вероятностей	1.История появления и развития теории вероятностей и её применение в современных условиях. 2.Решение задач на применение основных формул теории вероятностей.	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 2. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г.	**5**	Реферат Изучение методов и приемов решения
Тема 3.2 Основы математической статистики	Обработка и использование статистических данных для научных и практических выводов. ***Темы исследовательских работ:*** 1.Приложения математической статистики. 2.Закон больших чисел. 3.Теорема Чебышева.	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 2. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г.	**4**	Доклад. Презента-ция Сообще-ния
Раздел 4. Основные численные методы				

Тема 4.1 Погрешности вычислений	Работа с конспектом. Выполнение индивидуальных заданий. Защита практических работ по теме.		**2**	Решение проблем-ных задач
Тема 4.2 Численное дифференцирова-ние и интегрирование	Работа с конспектом. Выполнение индивидуальных заданий. Защита практических работ по теме. ***Темы исследовательских работ:*** 1.История и становление численных методов как самостоятельного раздела математики. 2.Вычисление производных и интегралов от функций, заданных таблично.	1.Колягин Ю.М. Математика. Книга 2. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г. 2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г.	**2**	Решение проблем-ных задач Реферат Сообще-ние

6. Подготовка и презентация доклада

Доклад - это сообщение по заданной теме, с целью внести знания из дополнительной литературы, систематизировать материл, проиллюстрировать примерами, развивать навыки самостоятельной работы с научной литературой, познавательный интерес к научному познанию.

Деятельность преподавателя:

- выдаёт темы докладов;
- определяет место и сроки подготовки доклада;
-оказывает консультативную помощь студенту: по графику проведения консультаций;
-определяет объём доклада: 5-6 листов формата А4, включая титульный лист и содержание;
- указывает основную литературу;
-оценивает доклад и презентацию в контексте занятия.

Деятельность студента:

- собирает и изучает литературу по теме;
- выделяет основные понятия;
- вводит в текст дополнительные данные, характеризующие объект изучения;
- оформляет доклад письменно и иллюстрирует компьютерной презентацией;
- сдаёт на контроль преподавателю и озвучивает в установленный срок.

Инструкция докладчикам и содокладчикам

Докладчики и содокладчики - основные действующие лица. Они во многом определяют содержание, стиль, активность данного занятия. Сложность в том, что докладчики и содокладчики должны *знать и уметь*:

- сообщать новую информацию
- использовать технические средства
- знать и хорошо ориентироваться в теме всей презентации
- уметь дискутировать и быстро отвечать на вопросы
- четко выполнять установленный регламент: докладчик - 10 мин.; содокладчик - 5 мин.

Необходимо помнить, что выступление состоит из трех частей: вступление, основная часть и заключение.

Вступление помогает обеспечить успех выступления по любой тематике. Вступление должно содержать:

- название презентации (доклада)
- сообщение основной идеи
- современную оценку предмета изложения
- краткое перечисление рассматриваемых вопросов - живую интересную форму изложения
- акцентирование оригинальности подхода

Основная часть, в которой выступающий должен глубоко раскрыть суть затронутой темы, обычно строится по принципу отчета. Задача основной части - представить достаточно данных для того, чтобы слушатели и заинтересовались темой, и захотели ознакомиться с материалами. При этом логическая структура теоретического блока должны сопровождаться иллюстрациями разработанной компьютерной презентации.

Заключение - это ясное четкое обобщение и краткие выводы.

7. Подготовка информационного сообщения

Подготовка информационного сообщения – это вид внеаудиторной самостоятельной работы по подготовке небольшого по объему устного сообщения для озвучивания на семинаре, практическом занятии. Сообщаемая информация носит характер уточнения или обобщения, несет новизну, отражает современный взгляд по определенным проблемам.

Сообщение отличается от докладов и рефератов не только объемом информации, но и ее характером – сообщения дополняют изучаемый вопрос фактическими или статистическими материалами. Оформляется задание письменно, оно может включать элементы наглядности (иллюстрации, демонстрацию).

Деятельность преподавателя:
- определяет тему и цель сообщения;
- определяет место и срок подготовки сообщения: домашняя работа;
-оказывает консультативную помощь при формировании структуры сообщения;
-рекомендует базовую литературу.

Деятельность студента:
- собирает и изучает литературу по теме;
- составляет план или графическую структуру сообщения;
- выделяет основные понятия;
- вводит в текст дополнительные данные, характеризующие объект изучения;
- оформляет текст письменно;
- сдаёт на контроль преподавателю и озвучивает в установленный срок.

Критерии оценки:
- актуальность темы;
- соответствие содержания теме;
- глубина проработки материала;
- грамотность и полнота использования источников;
- наличие элементов наглядности.

8. Подготовка рефератов

Порядок сдачи и защиты рефератов

1. Реферат сдается на проверку преподавателю за 1-2 недели до зачетного занятия.
2. При оценке реферата преподаватель учитывает:

- соответствие содержания теме;
-грамотность и полноту использования источников;
- связность, логичность и грамотность составления;
- оформление в соответствии с требованиями ГОСТ.

3. Защита тематического реферата проводится на занятии в рамках часов учебной дисциплины.
4. Защита реферата студентом предусматривает доклад по реферату не более 5-7 минут и ответы на вопросы.

На защите ***запрещено*** чтение текста реферата.

5.Общая оценка за реферат выставляется с учетом оценок за работу, доклад, умение вести дискуссию и ответы на вопросы.

Титульный лист. Является первой страницей реферата и заполняется по строго определенным правилам.

В верхнем поле указывается полное наименование учебного заведения.

В среднем поле дается заглавие реферата, которое проводится без слова «тема» и в кавычки не заключается.

Далее, ближе к левому краю титульного листа, указываются фамилия, инициалы студента, написавшего реферат, а также его курс и группа. Справа указываются фамилия и инициалы преподавателя - руководителя работы.

В нижнем поле указывается год написания реферата.

После титульного листа помещают *оглавление*, в котором приводятся все заголовки работы и указываются страницы, с которых они начинаются.

Введение. Здесь обычно обосновывается актуальность выбранной темы, цель и содержание реферата, указывается объект / предмет / рассмотрения, приводится характеристика источников для написания работы и краткий обзор имеющейся по данной теме литературы. Актуальность предполагает оценку своевременности и социальной значимости выбранной темы, обзор литературы по теме отражает знакомство автора реферата с имеющимися источниками, умение их систематизировать, критически рассматривать, выделять существенное, определять главное.

Основная часть. Содержание глав этой части должно точно соответствовать теме работы и полностью ее раскрывать. Эти главы должны показать умение исследователя сжато, логично и аргументированно излагать материал, обобщать, анализировать, делать логические выводы.

Заключительная часть. Предполагает последовательное, логически стройное изложение обобщенных выводов по рассматриваемой теме.

Библиографический список использованной литературы составляет одну из частей работы, отражающей самостоятельную творческую работу автора, позволяет судить о степени фундаментальности данного реферата.

В ***приложении*** помещают вспомогательные или дополнительные материалы, которые загромождают текст основной части работы: таблицы, карты, графики, неопубликованные документы, переписка и т.д. Связь основного текста с приложениями осуществляется через ссылки, которые употребляются со словом " смотри " / оно обычно сокращается и заключается вместе с шифром в круглые скобки - (см. прил. 1) /.

9. Защита практических работ

Программой самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математика» предусмотрена защита выполненных практических работ. Она проводится на основе опорных конспектов, разработанных преподавателем, и конспектов, оформленных студентами на лекционных занятиях, путем ответов на теоретические вопросы по защищаемым темам.

Деятельность преподавателя:

- предоставляет опорные конспекты и методические рекомендации по выполнению практических работ;
- определяет информационные источники;
- устанавливает сроки защит практических работ;
- консультирует при затруднениях;
- выслушивает защиты, задает вопросы по темам;
- оценивает защиты по системе зачтено / не зачтено.

Деятельность студентов:

- организует свою деятельность в соответствии с методическими рекомендациями по выполнению практических работ;
- изучает информационные материалы;
- подготавливает и оформляет материалы практических работ в соответствии с требованиями;
- при необходимости выполняет работы над ошибками;
- защищает практические работы в срок.

Критерии оценки:

- четкость, логичность формулировок в теоретической части практической работы;
- понимание излагаемого материала;
- проведение защит в срок.

10. Критерии оценки внеаудиторной самостоятельной работы студентов

Качество выполнения внеаудиторной самостоятельной работы студентов оценивается посредством текущего контроля самостоятельной работы студентов. Текущий контроль – это форма планомерного контроля качества и объема приобретаемых студентом компетенций в процессе изучения дисциплины, проводится на практических и семинарских занятиях и во время консультаций преподавателя.

Максимальное количество баллов «**отлично**» студент получает, если:

- обстоятельно с достаточной полнотой излагает соответствующую тему;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие

целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «**хорошо**» студент получает, если:

- неполно, но правильно изложено задание;
- при изложении были допущены 1-2 несущественные ошибки, которые он исправляет после замечания преподавателя;
- дает правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя, имеющие целью выяснить степень понимания студентом данного материала.

Оценку «**удовлетворительно**» студент получает, если:

- неполно, но правильно изложено задание;
- при изложении была допущена 1 существенная ошибка;
- знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировке понятий;
- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Оценка «**неудовлетворительно**» студент получает, если:

- неполно изложено задание;
- при изложении были допущены существенные ошибки, т.е. если оно не удовлетворяет требованиям, установленным преподавателем к данному виду работы.

11. Самостоятельная работа студентов по основным темам курса

Раздел 1. Математический анализ
Тема 1.1. Дифференциальное исчисление

Лекционный материал

Определение: Производной функции f(x) называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при приращении аргумента стремящемся к нулю. $f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$.

Пусть f=f(x), g=g(x) – дифференцируемые функции аргумента «x». Тогда

Производная операций.

$(f+g)' = f' + g'$ производная суммы равна сумме производных

$(f-g)' = f' - g'$ производная разности равна разности производных

$(fg)' = f'g + fg'$ производная произведения двух функций

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'*g - f*g'}{g^2}$ производная частного двух функций

$(c\cdot f)' = c\cdot f'$ (где **c** - число) постоянный множитель можно выносить из-под знака производной

$[f(g(x))]' = f'(g(x)) * g'(x)$ производная сложной функции

Производная функций.

Название функции	Простая функция	Сложная функция
Степенная функция	$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(f^n(x))' = nf^{n-1}(x) * f'(x)$
Показательная	$(a^x)' = a^x \ln a$	$(a^{f(x)})' = a^{f(x)} * \ln a * f'(x)$

функция	$(e^x)' = e^x$	$(e^{f(x)})' = e^{f(x)} * f'(x)$
Логарифмическая функция	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$ $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\log_a f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x) \ln a}$ $(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$
Тригонометрические функции	$(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tg\, x)' = \frac{1}{cos^2 x}$ $(ctg\, x)' = \frac{-1}{sin^2 x}$	$(\sin f(x))' = f'(x) * \cos f(x)$ $(\cos f(x))' = -f'(x) * \sin f(x)$ $(tg\, f(x))' = \frac{f'(x)}{cos^2 f(x)}$ $(ctg\, f(x))' = \frac{-f'(x)}{sin^2 f(x)}$
Обратные тригонометрические функции	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ $(\mathrm{arctg}\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $(\mathrm{arcctg}\, x)' = \frac{-1}{1+x^2}$	$(\arcsin f(x))' = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$ $(\arccos f(x))' = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$ $(\mathrm{arctg}\, f(x))' = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$ $(\mathrm{arcctg}\, f(x))' = \frac{-f'(x)}{1+f^2(x)}$
Частные случаи	(число)’ $= 0$ $(x)' = 1,\quad (ax+b)' = a$ $(x^2)' = 2x,\quad (x^3)' = 3x^2$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(\frac{1}{x})' = \frac{-1}{x^2}$	$(f^2(x))' = 2f(x) * f'(x)$ $(\sin 2x)' = 2\cos 2x$

<u>Геометрический смысл:</u> производная функции f(x) в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции f(x) в данной точке с координатами $(x_0, f(x_0))$.
$y - f(x_0) = f'(x_0) * (x - x_0)$ - уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0.
<u>Физический (механический) смысл</u> первой производной: мгновенная скорость движения V(t) в данный момент времени t есть производная от пути S(t) по времени: V(t)= $S'(t)$.
<u>Физический (механический) смысл</u> второй производной: ускорение движения a(t) в данный момент времени t есть производная от скорости V(t) по времени, или вторая производная пути S(t)по времени: a(t)= $V'(t) = S''(t)$.

С помощью производной можно исследовать функцию на интервалы монотонности функции, на экстремумы, интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции.

Определения:

1.Точка x_0 называется **точкой минимума функции** f(x), если существует такая окрестность этой точки, целиком принадлежащая области определения функции, что для всех x≠x_0 из этой окрестности выполняется неравенство f(x) > f(x_0).

2. Точка x_0 называется **точкой максимума функции** f(x), если существует такая окрестность этой точки, целиком принадлежащая области определения функции, что для всех x≠x_0 из этой окрестности выполняется неравенство f(x) < f(x_0).

3. Точки максимума и минимума функции называются **точками экстремума** данной функции, а значения функции в этих точках называются соответственно максимумами и минимумами функции или экстремумами функции.

4. График дифференцируемой функции $f(x)$ $x \in (a, в)$ называется **выпуклым вверх** на интервале $(a, в)$, если производная $f'(x)$ убывает на $(a, в)$.Если же $f'(x)$ возрастает на $(a, в)$, то график этой функции называется **выпуклым вниз.**

5.Точка графика дифференцируемой функции $f(x)$, абсцисса которой является одновременно концом интервала выпуклости вверх и концом интервала выпуклости вниз, называется **точкой перегиба** графика этой функции.

Для поиска интервалов монотонности пользуются следующим правилом:

1) Вычисляют производную $f'(x)$ данной функции $f(x)$, а затем находят критические точки по первой производной (в которых производная равна нулю или не существует).
2) Критическими точками область определения функции $f(x)$ разбивается на интервалы монотонности – на которых производная $f'(x)$ сохраняет свой знак. Если на интервале $f'(x) >0$, то функция $f(x)$ на данном интервале строго возрастает. Если $f'(x) <0$, то функция $f(x)$ на данном интервале строго убывает.

Для отыскания экстремумов функции используют одно из двух правил:
Правило 1: 1) и 2) смотри в предыдущем пункте, после чего необходимо выполнить следующий анализ 3)если при переходе через критическую точку производная $f'(x)$ меняет знак с «+» на «-», то данная критическая точка является точкой максимума. Если при переходе через критическую точку производная $f'(x)$ меняет знак с «-» на «+», то данная критическая точка является точкой минимума. Если при переходе производная $f'(x)$ не меняет знак, то экстремума в этой точке нет.
Правило 2: 1) Вычисляют производную $f'(x)$ данной функции $f(x)$, а затем находят стационарные точки (в которых производная $f'(x)=0$); 2) в каждой стационарной точке вычисляют значение второй производной. Если $f''(x)>0$, то эта точка – точка минимума. Если $f''(x) <0$, то стационарная точка – точка максимума. Если $f''(x)=0$, то необходимо использовать правило 1.
Для исследования функции на выпуклость-вогнутость пользуются следующим правилом:

1) Вычисляют вторую производную $f''(x)$ данной функции $f(x)$, а затем находят критические точки по второй производной (в которых $f''(x)$ равна нулю или не существует).
2) Критическими точками область определения функции $f(x)$ разбивается на интервалы монотонности – на которых производная $f''(x)$сохраняет свой знак. Если на интервале $f''(x)>0$, то на данном интервале график функции $f(x)$ обращен выпуклостью вниз. Если $f''(x)<0$, то на данном интервале график функции $f(x)$ обращен выпуклостью вверх.

Для отыскания точек перегиба пользуются следующим правилом:
1) и 2) смотри в предыдущем пункте, после чего необходимо выполнить следующий анализ 3)если при переходе через критическую точку производная $f''(x)$ меняет знак, то точка перегиба найдена. Если знак не меняется, то перегиба нет.

Самостоятельная работа студентов:
1.Отработка техники дифференцирования.
2.Исследование функции с применением дифференциального исчисления и построение её графика.

3.Решение задач на наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Типовые задания

Задание 1. Вычислить производную функции

1. $y = x^3 - 3x^2 + \frac{8}{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x}$
2. $y = \frac{3x^2-5}{1-6x}$
3. $y = 3\cos x + 2\sin x - 5\,\mathrm{tg}\,x + \mathrm{ctg}\,x$
4. $y = 10^{x^2+2x+1}$
5. $y = \sin^3(x^2 - 3x + 5)$
6. $y = \mathrm{tg}(5x^2 - 2x)^4$
7. y=$\log_2(2x^4 + 13x)$
8. y=arccos $(\frac{3+x^2}{2x})$

Задание 2. Исследовать функцию и построить её график $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$

Задание 3. Составить уравнение касательной и нормали к графику функции $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ в точке $x_0 = -1$.

Задание 4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции f(x) на отрезке $[-2;\ \ 2]$, если $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Тема 1.2 Интегральное исчисление

Лекционный материал

Интегрированием называется действие обратное дифференцированию, или восстановление функции f(x) по данной производной f`(x). Латинское слово “integro” означает – восстановление. И еще, интегрирование – действие по вычислению интеграла.

Определения:

1. Функция F(x) называется **первообразной** для функции f(x), если при всех значениях переменной x выполняется равенство F’(x)=f(x) – производная первообразной для функции f(x) равна самой функции f(x).
2. Совокупность всех первообразных функции f(x) называется **неопределённым интегралом** от этой функции и обозначается интеграл $\int f(x)dx$. Функция f(x) называется подынтегральной функцией, а комбинация f(x)dx-подынтегральным выражением.

   $\int f(x)dx = F(x) + C$, где C – произвольная константа.
3. **Определенный интеграл** – это предел интегральных сумм $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$, если этот предел существует и не зависит от выбора точек c_i. При этом функция f(x) называется интегрируемой на отрезке [a,b]. Обозначается $\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$.

   Выражение $f(x)dx$ называется подынтегральным выражением, числа a и b – соответственно верхним и нижним пределами интегрирования.

Свойства неопределённого интеграла.

1. Если функция f(x) имеет первообразную, то $(\int f(x)dx)' = f(x)$ и $d\int f(x)dx = f(x)dx$
2. $\int f`(x)dx = f(x) + C, \int df(x) = f(x) + C$

Свойства 2) и 1) говорят о том ,что знаки $\int$(интеграл) и d (дифференциал) стоящие друг около друга “взаимно уничтожаются” т.е. операции интегрирования и дифференцирования являются взаимно обратными операциями.

3. $\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$, где k-константа. Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.
4. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. Интеграл суммы равен сумме интегралов.

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int \mathbf{0}dx = c,$ где $c -$ *const*(число)
2. $\int dx = x + c$
3. $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$
4. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
5. $\int e^x dx = e^x + c$
6. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$
7. $\int \cos x \, dx = \sin x + c$
8. $\int \sin x \, dx = -\cos x + c$
9. $\int \frac{dx}{sin^2 x} = -ctg\, x + c$
10. $\int \frac{dx}{cos^2 x} = tg\, x + c$
11. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$
12. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\arccos x + c$
13. $\int \frac{dx}{1+x^2} = arctg\, x + c$
14. $\int \frac{dx}{1+x^2} = -arcctg\, x + c$

Если $a \neq 0$, то

15. $\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\, arctg\, \frac{x}{a} + c$
16. $\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{|a|} + c$
18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 - a^2}| + c$
19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c$

Для определенных интегралов выполняются все свойства неопределенных интегралов, но есть и свои особенности:

1. Если верхний и нижний предел совпадают, то интеграл равен нулю $\int_a^a f(x)dx = 0$

2. $$\int_a^b 1\, dx = b - a$$

3. Если в определенном интеграле поменять местами пределы интегрирования, то интеграл только поменяет знак $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

4. Интеграл не зависит от того, какой буквой обозначена переменная интегрирования

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du$$

5. **Теорема о среднем для интеграла**: Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [a,b] . Тогда на этом отрезке существует точка c∈[a,b], такая что $\int_a^b f(x)dx = f(c) * (b-a)$.

Для вычисления определенного интеграла служит формула **Ньютона-Лейбница**

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

Всегда ли существует определенный интеграл? Нет, не всегда. Для того чтобы определенный интеграл вообще существовал, необходимо чтобы подынтегральная функция была <u>непрерывной</u> на отрезке интегрирования.

<u>Геометрический смысл определенного интеграла</u> заключается в следующем: Определенный интеграл от неотрицательной непрерывной функции f(x) на отрезке [a,b] равен площади криволинейной трапеции ABCD, ограниченной сверху – функцией y = f(x), снизу отрезком [a,b] оси Ox, слева и справа - прямыми x = a и x = b.

Самостоятельная работа студентов:

1.Решение физических задач с помощью определенных интегралов.

2.Площадь криволинейной трапеции.

Темы исследовательских работ:

1.Интегрирование рациональных дробей.

2.Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.

3.Поверхности тел вращения.

4.Несобственные интегралы.

Типовые задания

Задание 1. Тело движется прямолинейно со скоростью $v(t) = (12t - 3t^2)$ (м/с). Найдите путь, пройденный телом за период со 2 по 3 секунду.

Задание 2. Тело движется прямолинейно с ускорением а$(t) = 2t + 1$ (м/с^2). Найдите скорость тела на третьей секунде движения.

Задание 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 8 + 2x - x^2$, $y = 2x + 4$.

Задание 4. Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси Ox криволинейной трапеции, соответствующей функции $y = x^2$ на отрезке x$\in [-1; 1]$.

Задание 5. Вычислить:

1) $\int (\frac{3}{2x^2-8} + \frac{5}{\sqrt{9x^2-25}} + \frac{3x^3-x^2}{3x-1})dx$ 2) $\int_3^4 \frac{dx}{x^2-4x+5}$ 3) $\int_2^6 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\,dx$ 4) $\int_0^1 \frac{x^2+5x+7}{x+3}dx$

Тема 1.3 Дифференциальные уравнения

Лекционный материал

Определения:

1. Уравнения вида $F(x, y, y', y'', \dots y^{(n)}) = 0$, в которых неизвестными являются не только сами функции, но и их производные, называются **обыкновенными дифференциальными уравнениями**. Здесь x – независимая переменная, y=y(x) – искомая функция аргумента x, $y', y'', \dots y^{(n)}$ – производные функции y(x) первого, второго,…n-го порядков, а F - заданная функция переменных $x, y, y', y'', \dots y^{(n)}$.

2. Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной, входящей в данное уравнение.

Так, если в уравнение входит переменная х, неизвестная функция у=у(х) (иногда может отсутствовать) и ее производная $y' = y'(x)$, а остальные производные отсутствуют, то такое уравнение называется дифференциальным уравнением 1 порядка. Уравнение вида $F(x, y, y', y'') = 0$ называется дифференциальным уравнением 2 порядка и т.д.

3. Уравнения вида $y' = f(x, y)$ называется дифференциальными уравнением 1 порядка, **разрешенным относительно производной.**

4. Функция $\varphi(x)$ называется решением (общим решением) дифференциального уравнения, если при подстановке ее и ее производной данное дифференциальное уравнение $\varphi'(x) = f(x, \varphi(x))$ обращается в тождество.

5. Любая кривая на координатной плоскости, описывающая решение дифференциального уравнения называется **интегральной кривой** данного диф.ур.
Т.о., кривая вида у= $\varphi(x)$, х$\in$ (а, в), где $\varphi(x)$ некоторое решение дифференциального уравнения на интервале (а,в), - интегральная кривая.

6. Задача $\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ нахождения решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальному условию $y(x_0) = y_0$ (где x_0 и y_0 - заданные числа) называется **задачей Коши**. А функция $\varphi(x)$, являющаяся решением задачи Коши, называется частным решением исходного дифференциального уравнения.
Общее решение описывает множество интегральных кривых, а частное – только одну.

7. Дифференциальное уравнение вида $y' = f(x) \cdot g(y)$, где $f(x)$ и $g(y)$-заданные функции, называется **дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными**.

8. Дифференциальное уравнение вида $y' + p(x) \cdot y = q(x)$, где у=у(х) – искомая функция аргумента х, $p(x)$ и $q(x)$-заданные функции, называется **линейным дифференциальным уравнением.**

9. Дифференциальное уравнение вида $y' = f(x, y)$, где у=у(х) – искомая функция аргумента х, f(x, y)-заданная однородная функция (такая что $f(t \cdot x, t \cdot y)$= $f(x, y)$), называется **однородным дифференциальным уравнением.** Иногда однородное диф.уравнение записывают в виде $y' = f(\frac{y}{x})$.

10. Дифференциальное уравнение вида $ay'' + by' + cy = 0$, где у=у(х) – искомая функция аргумента х, a, b, c-заданные числа, называется **линейным однородным дифференциальным уравнением 2 порядка с постоянными коэффициентами.**

Методы решения дифференциальных уравнений.

1)Для решения **дифференциального уравнения с разделяющимися переменными** производную записывают в виде $y' = \frac{dy}{dx}$, а потом «разделяют» переменные так, чтобы с одной стороны уравнения были функции переменной х, с другой стороны – переменной у, а потом решают интегрированием обеих частей уравнения. Ответ записывают в виде у= $\varphi(x, C)$, C-const – общее решение исходного диф.уравнения, где $\varphi(x, C)$-известная функция переменной х, С – произвольная постоянная. Решение задачи Коши (частное решение исходного диф.уравнения, удовлетворяющее данному начальному условию) произвольную постоянную С содержать не будет, поскольку начальное условие позволяет однозначно зафиксировать значение этой постоянной. Таким образом, решая задачу Коши, мы сначала найдем общее решение данного диф.уравнения, а потом подставим найденное решение в начальное условие и найдем значение

константы (произвольной постоянной) С, записав в ответе найденное решение уже с подставленным значением постоянной С.
2) Решение **линейного диф.ур**. обычно разыскивают в виде произведения двух функций, выбирая их таким образом, чтобы одно линейное диф.ур. сводилось к паре диф.уравнений с разделяющимися переменными, которые мы уже научились решать. Итак, пусть имеется линейное диф.уравнение $y' + p(x) \cdot y = q(x)$
Его решение будем искать в виде $y = U \cdot V$, где U=U(x), V=V(x). Тогда
$y' = (U \cdot V)' = U' \cdot V + U \cdot V'$
Подставим y и y' в исходное диф.ур.: $U' \cdot V + U \cdot V' + p(x) \cdot U \cdot V = q(x)$
Сгруппируем слагаемые в правой части и вынесем из первого и третьего слагаемого общий множитель V за скобку. Тогда наше уравнение перепишется в виде
$U \cdot V' + V \cdot (U' + p(x) \cdot U) = q(x)$
Выберем функцию U так, чтобы скобка равнялась нулю. Тогда исходное линейное диф.ур.сведется к паре диф. уравнений с разделяющимися переменными : $U' + p(x) \cdot U = 0$ (1) и $U \cdot V' = q(x)$ (2). Решив первое диф.ур. с разделяющимися переменными относительно функции U, найденное некоторое частное решение U (частное – без лишних произвольных постоянных) подставим во второе ур., получив новое диф.уравнение с разделяющимися переменными относительно функции V. А перемножив два полученных решения, получим решение исходного линейного диф.уравнения.
$\frac{dU}{dx} = -p(x) \cdot U =>,\quad \frac{dU}{U} = -p(x) \cdot dx, =>,\ \ln U = -\int p(x) \cdot dx \quad =>, U = e^{-\int p(x) \cdot dx}$ Подставляем в
$U \cdot V' = q(x) \quad <=> \quad e^{-\int p(x) \cdot dx} \cdot V' = q(x) \quad <=> \quad V' = q(x) e^{\int p(x) \cdot dx}$ Откуда и находим функцию V.
Не забываем в ответе записать решение исходного линейного диф.уравнения в виде $y = U \cdot V$.
3) Для решение **однородного диф.ур.** стандартно вводят замену переменных U= $\frac{y}{x}$, где U=U(x), то есть решение разыскивают в виде произведения $y = U \cdot x$. Тогда
$y' = (U \cdot \mathrm{x})' = U' \cdot \mathrm{x} + U \cdot \mathrm{x}' = U' \cdot \mathrm{x} + U$.
Подставляют y и y' в исходное диф.ур. и получают диф.ур. с разделяющимися переменными относительно функции U, решив которое не забывают вернуться к исходной неизвестной функции y.
Замечание: в однородных диф.уравнениях не всегда получается найти ***общее решение*** в явном виде, то есть выразить функцию y через x. В таких случаях ответ записывают в виде ***общего интеграла*** $\varphi(\mathrm{y}, \mathrm{x}) = \mathrm{C}$, где С- произвольная постоянная.

4) Для решение **линейного однородного диф.ур. 2 порядка с постоянными коэффициентами** составляют характеристическое уравнение, проведя «замену» $y'' \to k^2,\ y' \to k,\ y \to 1$, то есть характеристическое уравнение, соответствующее исходному диф.ур. 2 порядка
$ay'' + by' + cy = 0$ будет иметь вид
$ak^2 + by + c = 0$- классического квадратного уравнения, корни которого находятся с помощью дискриминанта $D = b^2 - 4ac$. Если дискриминант D>0, то характеристическое уравнение имеет 2 действительных корня, вычисляемых по формуле $k_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$. Если D=0 – то 1 действительный корень, вычисляемый по формуле $k_0 = \frac{-b}{2a}$. Если D<0 – то 2 комплексно-сопряженных корня, вычисляемых по формуле $k_{1,2} = \frac{-b \pm i \cdot \sqrt{|D|}}{2a}$.

В случае 2 действительных корней (k_1 и k_2) характеристического уравнения, исходное дифференциальное уравнение будет иметь решение, вычисляемое по формуле
$y = C_1 \cdot e^{k_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{k_2 \cdot x}$, где C_1 и C_2 - произвольные постоянные ($C_1, C_2 - \forall$ const).

В случае 1 действительного корня (k_0) характеристического уравнения, исходное дифференциальное уравнение будет иметь решение, вычисляемое по формуле
$y = C_1 \cdot e^{k_0 \cdot x} + C_2 \cdot \mathrm{x} \cdot e^{k_0 \cdot x}$.

В случае 2 комплексно-сопряженных корней ($k_{1,2} = \alpha \pm i \cdot \beta$) характеристического уравнения, исходное дифференциальное уравнение будет иметь решение, вычисляемое по формуле

$y = C_1 \cdot e^{\alpha \cdot x} \cos \beta x + C_2 \cdot e^{\alpha \cdot x} \sin \beta x.$

В случае задачи Коши (диф.ур. +2 начальных условия) необходимо сначала найти решение диф.ур., а потом подставить его в оба начальных условия для однозначного определения произвольных постоянных C_1 и C_2.

Самостоятельная работа студентов:

1.Дифференциальные уравнения и их практическое применение.

2.Задача Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

3.Задачи на составление дифференциальных уравнений.

4.Дифференциальные уравнения высших порядков.

5.Метод Бернулли.

Темы исследовательских работ: 1.Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Типовые задания

Задание 1. Определить вид и решить дифференциальное уравнение:

1) $yy' = 4x(y^2 + 1)$ 2) $y' + \frac{2y}{x} = x^3$ 3) $xy' - y = \frac{x}{\cos\frac{y}{x}}$ 4) $y'' - y' - 2y = 0$

Задание 2. Решить задачу Коши

1) $\begin{cases} y' - 4xy^2 = 0 \\ y(0) = -1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y'' - y' - 6y = 0 \\ y(0) = 9 \\ y'(0) = 7 \end{cases}$

Тема 1.4 Ряды

Лекционный материал

Определения:

1. Числовой ряд– это сумма членов числовой последовательности вида

$\sum_{k=1}^{\infty} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_k + \cdots$. Здесь a_k**-общий член числового ряда** или *k–ый* член ряда; $\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ - n – ная частичная сумма числового ряда (сумма первых n членов); ряд $\sum_{k=n}^{\infty} a_k$ - n*–ый* остаток ряда.

2. Числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **сходящимся**, если существует конечный предел последовательности частичных сумм $S = \lim\limits_{n \to +\infty} S_n$. Если предел последовательности частичных сумм числового ряда не существует или бесконечен, то ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **расходящимся.**

3. Суммой сходящегося числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется предел последовательности его частичных сумм, то есть, $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = \lim_{n\to\infty} S_n = S$.

4. Числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ называется **знакоположительным**, если все его члены положительны, то есть, $a_k > 0, \quad k = 1, 2, \ldots$. Числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ называется **знакочередующимся**, если знаки его соседних членов различны. Числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ называется **знакопеременным**, если он содержит бесконечное множество как положительных, так и отрицательных членов.

5. Знакопеременный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ называется **абсолютно сходящимся**, если сходится ряд из абсолютных величин (модулей) его членов, то есть, сходится знакоположительный числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} |b_k|$

6. Знакопеременный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ называется **условно сходящимся**, если ряд из модулей его членов $\sum_{k=1}^{\infty} |b_k|$ расходится, а сам ряд $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ сходится.

Признаки сходимости рядов.

***Теорема* (необходимое условие сходимости ряда):** Если числовой ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится, то предел его *k-ого* члена равен нулю: $\lim_{k\to+\infty} a_k = 0$.

Теорема: Для сходимости знакоположительного числового ряда $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, $a_k > 0, \forall\ k = 1,2,3, \dots$ необходимо и достаточно, чтобы последовательность его частичных сумм была ограничена (или чтобы его остаток сходился).

***Признак 1* (признак сравнения 1):** Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ и $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ - два знакоположительных числовых ряда и выполняется неравенство $a_k \le b_k$ для всех $k = 1, 2, 3, \dots$ Тогда из сходимости ряда с большими членами $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$ следует сходимость ряда с меньшими членами $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$, а из расходимости ряда с меньшими членами $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ следует расходимость ряда с большими членами $\sum_{k=1}^{\infty} b_k$.

Признак Даламбера: Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ - знакоположительный числовой ряд и существует $p = \lim_{k\to\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k}$. Если p<1 то числовой ряд сходится, если p>1, то ряд расходится. Если p=1, то признак Даламбера не дает информацию о сходимости или расходимости ряда и требуется дополнительное исследование (например, с использованием признака сравнения).

Признак Коши: Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ - знакоположительный числовой ряд и существует $p = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k}$. Если p<1 то числовой ряд сходится, если p>1, то ряд расходится. Если p=1, то радикальный признак Коши не дает информацию о сходимости или расходимости ряда.

Признак Лейбница: Пусть $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ - знакопеременный числовой ряд. Если последовательность из модулей членов ряда $\{|a_n|\}$ убывает и $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$, то знакопеременный ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится.

Самостоятельная работа студентов:
1.Применение рядов Фурье в электротехнике.
2.Приближенные вычисления с помощью ряда Маклорена.

Типовые задания
Задание 1: Определить сходимость знакоположительного ряда по признаку Даламбера
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}$$
Задание 2: Определить сходимость знакоположительного ряда по радикальному признаку Коши
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{(5n)^n}$$
Задание 3: Определить сходимость знакопеременного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 5^{n-1}}{(n+2)!}$

Задание 4: Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{5^n}$

Задание 5: Найти первые четыре члена в разложении функции $y = \sin 3x$ в ряд Маклорена.

Ответ записать в виде $f(x) \approx f(0) + \frac{f'(0)}{1!} \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} \cdot x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} \cdot x^3$

Раздел 2. Основы дискретной математики

Тема 2.1 Множества и отношения
Лекционный материал
Определения:

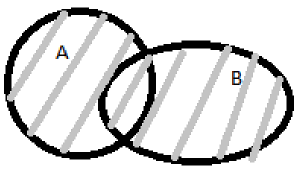
1. Множество – совокупность объектов, отличающихся друг от друга, и объединенных каким-либо общим свойством. Объекты, входящие в эту совокупность, называются элементами множества. Запись $x \in A$ означает что «х» является элементом множества А, читают «х принадлежит А». Существует **2** основных **способа задания** множеств: 1) перечисление всех его элементов, 2) описание общего (характеристического) свойства его элементов.

2. Если каждый элемент множества А принадлежит множеству В, то говорят, что А – **подмножество** множества В и обозначают $A \subset B$ (читают: А содержится в В).
Для удобства рассматривают и множество, которое не содержит ни одного элемента. Это так называемое пустое множество, которое обозначают символом $\emptyset$. Пустое множество является подмножеством любого множества. Т.о., у любого множества всегда есть 2 подмножества: оно само и пустое.

3. Множества А и В называются **равными**, если все элементы множества А являются элементами множества В и наоборот, т.е. $A \subset B$ и $B \subset A$. Обозначают: А=В.

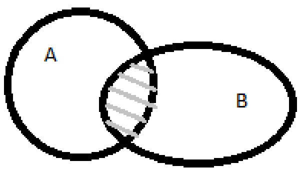
4. **Объединением** множеств *A* и *B* называется множество элементов, принадлежащих по крайней мере одному из данных множеств (*A* или В). Обозначают $A \cup B$ и читают «объединение *A* и *B*» , «А объединяется с В», «А или В».
Рисунок "$A \cup B$" (справа) называется диаграммой Эйлера-Венна.

$A \cup B$

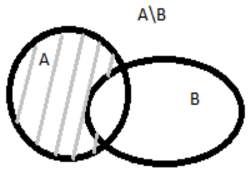


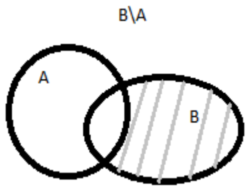
5. **Пересечением** множеств *A* и *B* называется множество элементов, принадлежащих одновременно множествам *A* и *B*. Обозначают $A \cap B$ и читают "пересечение *A* и *B*" или просто "*A* и *B* ".

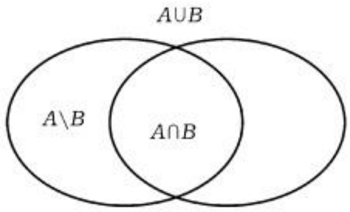
$A \cap B$



6. **Разностью** множеств *A* и *B* называется множество элементов, принадлежащих *A* и не принадлежащих *B*. Обозначают $A \backslash B$ и читают "разность *A* и *B*" или "А без В".







Самостоятельная работа студентов:
Выполнение различных операций над заданными множествами. Составление диаграмм Эйлера-Венна.

Типовые задания
Задание 1. Даны множества A и B. Найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$
$A=\{0,1,2,3,4,5\}$, $B=\{-2,-1,0,1,2\}$

Задание 2. Найти множества X и Y. Составить диаграмму Венна для множества Y.
$A=\{a, h, m, o, r\}$; $B=\{j, k, o, u, y\}$; $C=\{g, h, j\}$; $D=\{g, j, q\}$;

$X = (A \setminus B) \cap (C \cup D)$, $Y=(A \cap B) \setminus D$

Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики.

Тема 3.1 Основы теории вероятностей.
Лекционный материал

Определения:

1. Говорят, что из некоторого множества, содержащего n элементов, произведена **выборка** объёмом k, если из этого множества каким-либо способом отобрали эти самые k ($k \leq n$) элементов.

2. Выборка называется **упорядоченной**, если важно, в каком порядке расположены элементы в выборке (т.е. выборки AB и BA - разные). Две упорядоченные выборки различны, если они различаются или составом, или порядком вхождения элементов.

3. Выборка называется **неупорядоченной**, если НЕ важно, в каком порядке расположены элементы в выборке (т.е. выборки AB и BA - одинаковые). Две неупорядоченные выборки различны, если они различаются только составом (в одной выборке есть хотя бы 1 элемент, отличный от элементов другой выборки).

4. Перестановками называется упорядоченная выборка n элементов из n штук. Число всех возможных перестановок

$$P_n = n!, \text{ где } n! = 1 * 2 * 3 \dots n.$$

Замечание: $0! = 1$. Примеры: $1!=1$, $2!=1 \cdot 2=2$, $5!=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5=120$.

5. ***Размещениями*** называется <u>упорядоченная выборка</u> k элементов из n штук ($k \leq n$). Число всех возможных размещений

$$A_n^k = n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

6. ***Сочетаниями*** называется НЕупорядоченная выборка k элементов из n штук ($k \leq n$). Число сочетаний

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Таким образом, для решения комбинаторных задач самое важное – понять, речь идет об упорядоченной или неупорядоченной выборке, т.е. важен или нет порядок элементов в искомом множестве.

7. ***Случайным событием*** называется событие, которое при осуществлении некоторых условий (при проведении опыта) может произойти или не произойти. Событие называется **достоверным**, если оно обязательно появляется в результате данного опыта, и **невозможным**, если оно не может появиться в этом опыте.

8. **Суммой** событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из этих событий. А п**роизведением** событий называется событие, состоящее в одновременном появлении всех этих событий.

9. Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же опыте. Случайные события называются ***несовместными*** в данном испытании, если они не могут появиться вместе в одном опыте. Случайные события образуют ***полную группу***, если при каждом испытании может появиться любое из них и не может появиться какое-либо иное событие, несовместное с ними.

10. **Вероятность события** равняется отношению числа благоприятствующих исходов к общему числу возможных исходов. (Это классическое определение вероятности события). ***Или*** вероятностью события называется относительная частота наступления данного события при неограниченном увеличении числа опытов. (Это статистическое определение вероятности события).

11. Два события называются ***независимыми***, если наступление одного из них не зависит от наступления другого в одном опыте.

Теорема о сумме вероятностей: Вероятность появления хотя бы одного из двух ***совместных*** событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления

P(A+B) = P(A) + P(B) — P(AB)

А вероятность появления одного из двух ***несовместных*** событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Замечание: подсказкой к применению задачи о сумме вероятностей служит слово «ИЛИ» в условии задачи (найти вероятность того-то ИЛИ того-то).

Теорема умножения вероятностей: Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое имело место

P(AB) = P(A)×P(B/A) = P(B)×P(A/B).

А вероятность произведения независимых событий *A* и *B* вычисляется по формуле: $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$.

Замечание: подсказкой к применению задачи об умножении вероятностей служит слово «И» в условии задачи (найти вероятность одновременного наступления того-то И того-то).

Самостоятельная работа студентов:
1.История появления и развития теории вероятностей и её применение в современных условиях.
2.Решение задач на применение основных формул теории вероятностей.

Типовые задания
Задача 1. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из цифр 1,2,3,4 при условии, что цифры в числе а) не повторяются, б) могут повторяться?

Задача 2. В футбольной команде 2 вратаря и 20 полевых игроков. Сколькими способами можно составить «стартовую» группу, состоящую из 1 вратаря **И** 10 полевых игроков?

Задача 3. В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Используя классическое определение теории вероятности определить, какова вероятность того, что обе детали окажутся бракованными.

Задача 4. Игральную кость (кубик) подкидывают 3 раза. Найти вероятность того, что а) каждый раз выпадет четное число очков, б) «тройка» выпадет ровно 1 раз, в) «единица» выпадет не менее 2 раз.

Задача 5. Трое спортсменов на соревновании по стрельбе произвели по одному выстрелу, причем вероятности их попадания соответственно равны 0,7; 0,8 и 0,9. Определите вероятность наступления следующего события: а) Попал только второй стрелок; б) Попали только первый и третий стрелки; в) Попали все трое стрелков; г) Промахнулись все стрелки; д) Произошло только одно попадание.

Тема 3.2 Основы математической статистики.

Лекционный материал

Определения:
1. **Случайной величиной** называется величина, принимающая в результате опыта одно из своих возможных значений, причем заранее неизвестно, какое именно.
2. Случайная величина называется **дискретной**, если она принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями.
3. Случайная величина называется **непрерывной**, если множество ее возможных значений целиком заполняет некоторый конечный или бесконечный промежуток.
4. Таблица, в которой перечислены возможные значения дискретной случайной величины и соответствующие им вероятности, называется **рядом распределения**:

x_i	x_1	x_2	…	x_n
p_i	p_1	p_2	…	p_n

Заметим, что событие, заключающееся в том, что случайная величина примет одно из своих возможных значений, является достоверным, поэтому

5. Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма попарных произведений ее возможных значений на соответствующие им вероятности:

$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n$.
Замечание 1. Математическое ожидание называют иногда ***взвешенным средним***, так как оно ***приближенно равно среднему арифметическому наблюдаемых значений случайной величины*** при большом числе опытов.
Замечание 2. Значение математического ожидания ***не меньше наименьшего возможного значения случайной величины и не больше наибольшего***.
Замечание 3. Математическое ожидание дискретной случайной величины есть *неслучайная* **постоянная** величина. Более того, оказывается, что это же справедливо и для непрерывных случайных величин.
6. Две случайные величины называются **независимыми**, если закон распределения одной из них не зависит от того, какие значения приняла другая. В противном случае случайные величины **зависимы**.
7. П**роизведением независимых случайных величин** $\boldsymbol{X}$ **и** $\boldsymbol{Y}$ называют случайную величину XY, возможные значения которой равны произведениям всех возможных значений X на все возможные значения Y, а соответствующие им вероятности равны произведениям вероятностей сомножителей.
8. Дисперсией (рассеянием) случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения от ее математического ожидания: $D(X) = M\,(X - M(X))^2$.
Замечание 1. В определении дисперсии оценивается не само отклонение от среднего, а его квадрат. Это сделано для того, чтобы отклонения разных знаков не компенсировали друг друга.
Замечание 2. Из определения дисперсии следует, что эта величина принимает только неотрицательные значения.
Замечание 3. Существует более удобная для расчетов формула для вычисления дисперсии, справедливость которой доказывается в следующей теореме:
Теорема: $D(X) = M(X^2) - M^2(X)$.
9. Средним квадратическим отклонением σ случайной величины X называется квадратный корень из дисперсии: $\sigma = \sqrt{D(X)}$.
10. Размах вариации — это разность между максимальным и минимальным значениями случайной величины. Он показывает пределы, в которых изменяется случайная величина и вычисляется по формуле: $R = x_{max} - x_{min}$.
11. Генеральная совокупность – все множество имеющихся объектов.
12. Выборка – набор объектов, случайно отобранных из генеральной совокупности.
13. Объем генеральной совокупности $\boldsymbol{N}$ **и объем выборки** $\boldsymbol{n}$ – число объектов в рассматриваемой совокупности.
Виды выборки:
Повторная – каждый отобранный объект возвращается в генеральную совокупность перед выбором следующего;
Бесповторная – отобранный объект в генеральную совокупность не возвращается.

Первичная обработка результатов.

Пусть интересующая нас случайная величина X принимает в выборке значение x_1 n_1 раз, $x_2 - n_2$ раз, …, $x_к - n_к$ раз, причем $\sum_{i=1}^{k} n_k = n,$ где n – объем выборки. Тогда наблюдаемые значения случайной величины $x_1, x_2,\ldots, x_к$ называют **вариантами**, а $n_1, n_2,\ldots, n_к$ – **частотами**. Если разделить каждую частоту на объем выборки, то получим **относительные частоты** $w_i = \dfrac{n_i}{n}$.

Последовательность вариант, записанных в порядке возрастания, называют **вариационным** рядом, перечень вариант и соответствующих им частот – **статистическим рядом,** перечень вариант и соответствующих им относительных частот – **выборочным распределением**:

x_i	x_1	x_2	…	x_k
n_i	n_1	n_2	…	n_k

w_i	w_1	w_2	…	w_k

А дальше характеристики те же, только

Размах вариации — это разность между максимальным и минимальным **значениями признака**.

Вместо мат. ожидания новый термин - **Средняя величина** дает характеристику вариантам и является их средним арифметическим (с учетом их частот). Название другое, а суть та же.

Дисперсия Д (или D)- представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины $D = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x-\bar{x})^2}{n}$

где D – дисперсия, x – анализируемый показатель, с черточкой сверху – среднее значение показателя, n – количество значений в анализируемой совокупности данных.

Поскольку эта формула довольно сложна, для вычислений используют другую $D = \overline{x^2} - \overline{(x)}^2$, которая получается из основной путем несложных преобразований.

Дисперсия отражает меру разброса данных вокруг средней величины. Дисперсия всегда положительна и достаточно велика, поэтому еще одна характеристика - **Среднее квадратическое отклонение** (σ) равно квадратному корню из дисперсии: $\sigma = \sqrt{D}$.

Самостоятельная работа студентов:

Обработка и использование статистических данных для научных и практических выводов.

Темы исследовательских работ:

1.Приложения математической статистики.

2.Закон больших чисел.

3.Теорема Чебышева.

Типовые задания

Задание 1. Служба ремонта подвижного состава получила ящик с 20 изделиями, среди которых 4 некондиционные. Для осуществления ремонтных работ из данного ящика берут 3 изделия. Событие X – «установленные детали кондиционные».

Постройте закон распределения дискретной случайной величины. Найдите размах вариации, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины. Результаты вычислений занесите в таблицу:

Размах вариации	$R=X_{max}-X_{min}=$
Математическое ожидание	$M(X) = \sum_{i=1}^{n} X_i \cdot p(X_i)=$
Дисперсия	$D=M(X^2) - M^2(X) =$
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{D} =$

Задание 2. По данным станции «Кавказская» интервал движения между поездами южного направления в течение 03.09.2011г. составил {7,5,7,12,20,15,15,7, 30,20,15,12,45,30, 15,12, 20,60,30,20} (минут).

Определите объем выборки, размах вариации, постройте статистический ряд и выборочное распределение (вместе в одной таблице). Найдите среднее значение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Результаты вычислений занесите в таблицу:

Объём выборки	N=
Размах вариации	R=
Среднее значение	$\bar{X} =$
Дисперсия	$D=\overline{X^2} - (\bar{X})^2 =$
Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{D} =$

Раздел 4. Основные численные методы
Тема 4.1 Погрешности вычислений

Лекционный материал

Опр.1: **Приближенным числом** или ***приближением*** называется число, незначительно отличающееся от точного значения величины и заменяющее его в вычислениях.

Источники погрешностей

Погрешность результата решения задачи складывается из трех составных частей:
– неустранимой погрешности решения, обусловленной неточностью исходных данных (измерений) или приборной погрешностью;
– погрешности метода решения задачи;
– вычислительной погрешности, являющейся результатом округлений в процессе счета.

Погрешности вычислений

При работе с приближенными величинами важно уметь:
1) давать математические характеристики точности приближенных величин;
2) зная степень точности исходных данных, оценить степень точности результатов или точность промежуточных вычислений;
3) правильно построить вычислительный процесс, чтобы избавить его от тех выкладок, которые не окажут влияния на точные цифры результата.

Опр.2: **Абсолютной погрешностью** называется разность между точным значением и его приближением, взятая по модулю (без знака). Абсолютная погрешность определяется формулой $\Delta(\tilde{\alpha}) = |\tilde{\alpha} - \alpha|$, где $\tilde{\alpha}$ – приближение к точному значению α.
Опр.3: **Относительной погрешностью** называется отношение абсолютной погрешности к точному значению. Относительная погрешность определяется формулой $\delta(\tilde{\alpha}) = \frac{|\tilde{\alpha} - \alpha|}{\alpha}$. Относительная погрешность часто выражается в процентах.

Погрешности арифметических операций.

1. $\Delta_{(X+Y)} = \Delta_X + \Delta_Y$ $\delta_{(X+Y)} = \frac{X}{X+Y}\delta_X + \frac{Y}{X+Y}\delta_Y$ - абсолютная погрешность алгебраической суммы равна сумме абсолютных погрешностей слагаемых, а относительная погрешность суммы заключена между наибольшей и наименьшей из относительных погрешностей слагаемых и вычисляется по своей формуле;

2. $\Delta_{(X-Y)} = \Delta_X - \Delta_Y$ $\delta_{(X-Y)} = \frac{X}{X-Y}\delta_X - \frac{Y}{X-Y}\delta_Y$ - абсолютная погрешность разности равна разности абсолютных погрешностей, а относительная погрешность вычисляется по своей формуле;

3. $\Delta_{(X \cdot Y)} \approx Y \cdot \Delta_X + X \cdot \Delta_Y$ $\delta_{(X \cdot Y)} = \delta_X + \delta_Y$ - относительная погрешность произведения равна сумме относительных погрешностей сомножителей;

4. $\Delta_{X/Y} \approx \frac{1}{Y}\Delta_X - \frac{X}{Y^2} \cdot \Delta_Y$ $\delta_{(X/Y)} = \delta_X - \delta_Y$ - относительная погрешность частного равна разности относительных погрешностей делимого и делителя.

5. При умножении приближенного числа на константу h относительная погрешность приближенного числа не меняется $\delta_y = \delta_x$, а абсолютная погрешность увеличивается в $|h|$ раз. (для $y = h \cdot x$)

6. Относительная погрешность степени приближенного числа умножается на показатель степени $\delta_y = m \cdot \delta_x$. (для $y = x^m, m > 1$) (Можно сказать так: Относительная погрешность n-ой степени приближенного числа в n раз больше относительной погрешности основания (как у целых, так и для дробных n).)

7. Предельная относительная погрешность корня из приближенного числа делится на показатель корня $\delta_y = \frac{\delta_x}{m}$.(для $y = \sqrt[m]{x}$) – следствие из формулы 6.

Самостоятельная работа студентов:
Работа с конспектом.
Выполнение индивидуальных заданий.
Защита практических работ по теме.

Типовые задания
Задание 1. Число 3,1 округлили до целого. Найдите абсолютную и относительную погрешность полученного числа.

Задание 2. При вычислении значения функции $f(x;y) = 2x - 3y$ значения переменных x=19,8 и y=9,9 округлили до целых. Найдите абсолютную погрешность результата вычисления.

Задание 3. При вычислении значения функции $f(x,y) = x^2 \cdot y^3$ известны приближенные значения переменных x=5 и y=10 и их относительные погрешности $\delta_x = 0{,}02$, $\delta_y = 0{,}01$. Найдите относительную погрешность результата вычисления.

Тема 4.2 Численное дифференцирование и интегрирование
Лекционный материал

Применение методов численного интегрирования обусловлено ситуациями, если подынтегральная функция настолько сложна, что найти первообразную и подставить в формулу Ньютона-Лейбница не получается, или же сама функция задана таблично, а надо вычислить от нее определенный интеграл. Сами методы численного интегрирования представляют собой некоторые формулы, позволяющие примерно вычислить нужный интеграл. Рассмотрим два вида формул интегрирования: формула прямоугольников и формула трапеций.

Формула прямоугольников: $$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} f\left(a + \frac{b-a}{n}\left(i - \frac{1}{2}\right)\right).$$

Формула трапеций: $$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2n}\left[f(a) + f(b) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f\left(a + \frac{b-a}{n} i\right)\right].$$

Здесь a и b – нижний и верхний пределы интегрирования в исходном интеграле, n – количество точек разбиения.

Самостоятельная работа студентов:
Работа с конспектом.
Выполнение индивидуальных заданий.
Защита практических работ по теме.
Темы исследовательских работ:
1.История и становление численных методов как самостоятельного раздела математики.
2.Вычисление производных и интегралов от функций, заданных таблично.

Типовые задания
Задание: Вычислить определенный интеграл приближенными методами (формулой прямоугольников или трапеций), разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Сравнить полученное число с результатом вычисления по формуле Ньютона-Лейбница. Найти абсолютную погрешность вычисления.

$$\int_1^{1,5} \frac{dx}{x^2}$$

11.Заключение

Самостоятельная работа всегда завершается какими-либо результатами. Это выполненные задания, упражнения, решенные задачи, заполненные таблицы, построенные графики, подготовленные ответы на вопросы.

Таким образом, широкое использование методов самостоятельной работы, побуждающих к мыслительной и практической деятельности, развивает столь важные интеллектуальные качества человека, обеспечивающие в дальнейшем его стремление к постоянному овладению знаниями и применению их на практике.

12.Рекомендованная литература:

Основные источники:

1.Колягин Ю.М. Математика. Книги 1,2. Учебник для ССУЗов: «Новая Волна», 2008г.
2 Омельченко В.П. Математика: учебное пособие СПО. Ростов н/Д: Феникс, 2012г.
3 Башмаков М.И. Математика: учебник для 11 класса: среднее (полное) общее образование (базовый уровень). М.: ИЦ «Академия», 2011г.
4 Башмаков М.И. Математика 11 класс. Сборник задач: среднее (полное) общее образование (базовый уровень). М.: ИЦ «Академия», 2008г.

Дополнительные источники:

1 Яковлева Г.Н. Математика. Учебное пособие. М., «Наука», 2008г.
2 Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики: учебное пособие. СПб.: Лань, 2006г.
3 Богомолов Н.В. Сборник задач по математике: учебное пособие. М.:Дрофа,2006г.
4 Уроки алгебры Кирилла и Мефодия: 10-11 класс - М.: Кирилл и Мефодий, 2007, электронный диск
5 www.exponenta.ru - Образовательный математический сайт.
6 www.math24.ru – Математический анализ.
7 www.allmath.ru- Математический портал.
8 www.mathprofy.ru – Математика для заочников.