

РОСЖЕЛДОР

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ростовский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВО РГУПС)**

И.А. Нахимович

РАСЧЕТЫ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

**Учебно-методическое пособие
для практических занятий и расчетно-графической работы**

Ростов-на-Дону
2017

УДК 539.3/6(07) + 06

Рецензент – кандидат технических наук, доцент Л.А. Кармазина

Нахимович, И.А.

Расчет на растяжение и сжатие: учебно-методическое пособие для практических занятий и расчетно-графической работы / И.А. Нахимович. ФГБОУ ВО РГУПС. – Ростов н/Д, 2017. – 38 с.: ил.

Содержит примеры решения задач, входящих в расчетно-графическую работу по сопротивлению материалов. Тематика задач: растяжение и сжатие; учет собственного веса материала стержней; расчет статически неопределимых задач при растяжении и сжатии; подбор поперечных сечений элементов конструкций.

Предназначено для практической и самостоятельной работы студентов технических специальностей всех форм обучения.

Одобрено к изданию кафедрой «Строительная механика».

Оглавление

| | | |
|---|------------------------------------|-------------|
| 1 | Общие указания | 4 |
| 2 | Примеры решения задач | <u>56</u> |
| 3 | Схема 1 | <u>511</u> |
| 4 | Схема 2 | <u>1015</u> |
| 5 | Схема 3 | <u>1420</u> |
| 6 | Схема 4 | <u>19</u> |
| | Библиографический список | 23 |
| | Приложение 1 | 24 |
| | Приложение 2 | 26 |

Задание для расчетно-графической работы по теме «Центральное растяжение-сжатие» состоит из четырех задач. Численные данные и расчетные схемы к вариантам заданий приведены в приложениях 1, 2.

Выбор расчетных схем и численных данных к задачам производится по личному варианту и шифру группы. Личный вариант соответствует порядковому номеру студента в журнале группы, по нему выбираются расчетные схемы. Численные данные выбираются по шифру группы, присваиваемому ведущим преподавателем.

Если нагрузка в задании приведена со знаком минус, необходимо на расчетной схеме изменить направление ее действия. Дальнейший расчет ведем с положительным значением нагрузки.

При выполнении работы *заданные схемы следует вычертить карандашом в масштабе длин с численными значениями всех размеров и нагрузок.*

При решении задач принять:

| | |
|---|--|
| Модуль продольной упругости стали | $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ |
| Модуль продольной упругости меди | $E = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ |
| Модуль продольной упругости бетона | $E = 0,2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ |
| Коэффициент поперечной деформации стали . . . | $\mu = 0,25$ |
| Допускаемое нормальное напряжение для стали . . | $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ |
| Удельный вес железобетона | $\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$ |
| Коэффициент температурного удлинения (расширения) стали | $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ 1/град}$ |
| Коэффициент температурного удлинения (расширения) меди | $\alpha = 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ 1/град}$ |

Рассмотрим примеры решения задач, представленных на схемах в учебно-методическом пособии.

Примеры решения задач

Схема 1

На первой схеме изображен стальной стержень переменного сечения, жестко закрепленный с одной стороны и нагруженный центральными внешними сосредоточенными силами.

Требуется:

- 1 Построить эпюры продольных сил (N).
- 2 Определить площади поперечных сечений каждой ступени стержня.
- 3 Построить эпюру нормальных напряжений (σ).
- 4 Вычислить полную абсолютную продольную деформацию стержня.
- 5 Найти относительную продольную и относительную поперечную деформацию участка с заданным сечением $n - n$.

Для заданной расчетной схемы (рис. 1, а): $F = 20 \text{ кН}$.

1 Определим величины внутренних (продольных) сил, возникающих на каждом участке заданного ступенчатого стержня, применив метод сечений.

Разобьем брус на участки. Границами участков являются характерные сечения, находящиеся на бесконечно малых расстояниях от точек приложения сил или от мест, где резко меняется площадь поперечного сечения стержня. Отсчет сечений целесообразно вести от свободного края к заделке.

На основании метода сечений *продольная сила в любом сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций сил (активных и реактивных) на продольную ось стержня, действующих на оставленную часть.*

При суммировании силы, направленные от сечения и вызывающие деформацию растяжения, берутся со знаком *плюс*, а направленные к сечению (сжатие) – со знаком *минус* (рис. 2).

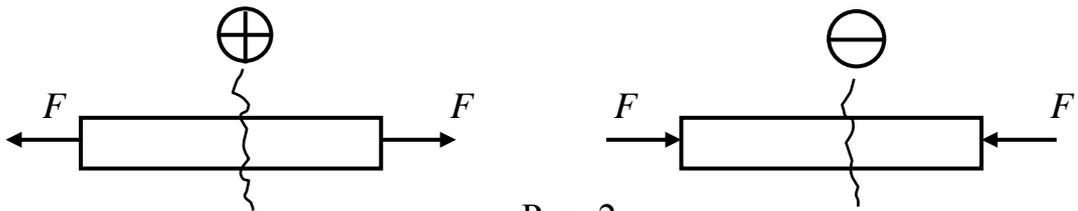


Рис. 2

Чтобы не определять в заданной схеме опорную реакцию R (в левой заделке), целесообразно отсчет сечений (и расчет) вести от свободного края к заделке. Величина продольной силы у заделки даст величину и направление реакции.

Характерные сечения разбивают стержень на четыре участка: 1–2; 3–4; 5–6 и 7–8.

Суммируя внешние силы со стороны свободного конца стержня, определим продольные силы на каждом участке:

$$N_{1-2} = -2F = -40 \text{ кН};$$

$$N_{3-6} = -2F + 5F = 3F = 3 \cdot 20 = 60 \text{ кН};$$

$$N_{7-8} = -2F + 5F - 2F = F = 20 \text{ кН}.$$

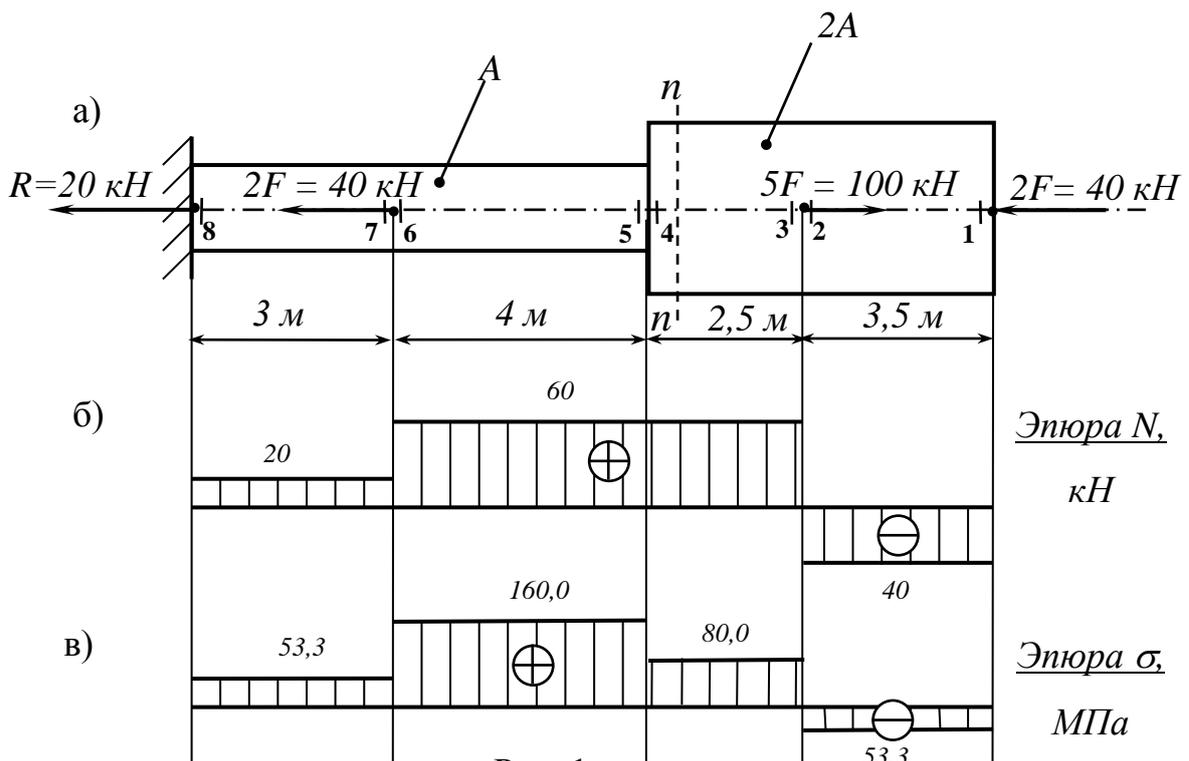


Рис. 1

По полученным результатам строим эпюру продольных сил N , откладывая от базисной линии положительные значения вверх, отрицательные – вниз (рис. 1, б). По эпюре продольных сил видно, что реактивная сила в жесткой заделке будет направлена влево (растяжение), а ее величина равна продольной силе в 8-м сечении, $R=20$ кН.

2 Определим площадь поперечного сечения каждой ступени стержня

Предварительно выявим участок с наибольшим по абсолютной величине нормальным напряжением, для этого вычислим нормальные напряжения на каждом участке в общем виде, выражая их через A :

$$\sigma_{1-2} = \frac{N_{1-2}}{A_{1-2}} = -\frac{40}{2A} = -\frac{20}{A};$$

$$\sigma_{3-4} = \frac{N_{3-4}}{A_{3-4}} = \frac{60}{2A} = \frac{30}{A};$$

$$\sigma_{5-6} = \frac{N_{5-6}}{A_{5-6}} = \frac{60}{A};$$

$$\sigma_{7-8} = \frac{N_{7-8}}{A_{7-8}} = \frac{20}{A}.$$

Сравнивая полученные результаты, видим, что наибольшее по абсолютной величине напряжение на участке 5–6.

Запишем условие прочности для этого участка:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{5-6} = \frac{60}{A} \leq [\sigma],$$

отсюда:

$$A \geq \frac{60}{[\sigma]} = \frac{60}{160 \cdot 10^3} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Если наибольшее по величине напряжение окажется отрицательным (то есть сжимающим), то в условие прочности необходимо взять его величину по модулю.

3 Определим численные значения нормальных напряжений на каждом участке стержня:

$$\sigma_{1-2} = -\frac{20}{A} = -\frac{20}{3,75 \cdot 10^{-4}} = -53,3 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = -53,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3-4} = \frac{30}{A} = \frac{30}{3,75 \cdot 10^{-4}} = 80 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 80 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{5-6} = \frac{60}{A} = \frac{60}{3,75 \cdot 10^{-4}} = 160 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 160 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{7-8} = \frac{20}{A} = \frac{20}{3,75 \cdot 10^{-4}} = 53,3 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 53,3 \text{ МПа} .$$

По найденным величинам действительных напряжений строим эпюру σ (рис. 1, в).

4 Определим изменение длины каждого участка стержня

Абсолютная продольная деформация при растяжении и сжатии стержня

рассчитывается по закону Гука: $\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$.

Зная, что $\frac{N}{A} = \sigma$, формула упрощается:

$$\Delta l = \frac{\sigma \cdot l}{E},$$

где l – длина стержня (участка);

E – модуль продольной упругости.

Для заданного стержня из стали $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

$$\Delta l_{1-2} = \frac{\sigma_{1-2} \cdot l_{1-2}}{E} = \frac{(-53,3) \cdot 3,5}{2 \cdot 10^5} = -93,2 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_{3-4} = \frac{\sigma_{3-4} \cdot l_{3-4}}{E} = \frac{80 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^5} = 100 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_{5-6} = \frac{\sigma_{5-6} \cdot l_{5-6}}{E} = \frac{160 \cdot 4}{2 \cdot 10^5} = 320 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_{7-8} = \frac{\sigma_{7-8} \cdot l_{7-8}}{E} = \frac{53,3 \cdot 3}{2 \cdot 10^5} = 79,95 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Алгебраически складывая абсолютные продольные деформации всех участков, получим полную абсолютную продольную деформацию стержня:

$$\Delta l = (-93,2 + 100 + 320 + 79,95) \cdot 10^{-5} = 406,75 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

Так как значение полной абсолютной продольной деформации получилось положительным, делаем вывод: *под действием системы внешних сил стержень растянут.*

5 Определим относительную продольную деформацию участка с заданным сечением $n - n$

Сечение $n - n$ по расчетной схеме принадлежит участку 3–4. Относительная продольная деформация определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad \varepsilon_{3-4} = \frac{\Delta l_{3-4}}{l_{3-4}},$$

$$\varepsilon_{3-4} = \frac{100 \cdot 10^{-5}}{2,5} = 40 \cdot 10^{-5}.$$

6 Определим относительную продольную деформацию участка с заданным сечением $n - n$

Относительная поперечная деформация ε' в заданном сечении $n - n$ определяется по формуле: $\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon$,

$$\varepsilon' = \varepsilon'_{3-4} = -\mu \cdot \varepsilon_{3-4},$$

где μ – коэффициент Пуассона (коэффициент поперечной деформации).

Для стали $\mu = 0,25$, тогда:

$$\varepsilon'_{3-4} = -0,25 \cdot 40 \cdot 10^{-5} = -10 \cdot 10^{-5}.$$

Знак минус свидетельствует об уменьшении размеров поперечного сечения $n - n$ при заданном нагружении стержня.

Схема 2

На второй схеме изображена бетонная ступенчатая колонна, нагруженная внешней силой, равной удвоенному весу нижней ступени колонны, и собственным весом. Высота каждой ступени равна ее удвоенному диаметру.

Требуется:

- 1 Определить площади поперечного сечения каждой ступени колонны.
- 2 Определить вес каждой ступени колонны.
- 3 Определить величину сосредоточенной силы F_1 .
- 4 Построить эпюры продольных сил (N).
- 5 Построить эпюру нормальных напряжений (σ) с учетом собственного веса материала колонны.
- 6 Определить общее укорочение колонны (ΔH).

Дано: $D = 2 \text{ м}$; $F_1 = 2 \cdot G_{III}$; $H_i = 2 \cdot D_i$; $E = 0,2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$; $\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$.

Расчетная схема с основными размерами колонны показана на рис. 2, а.

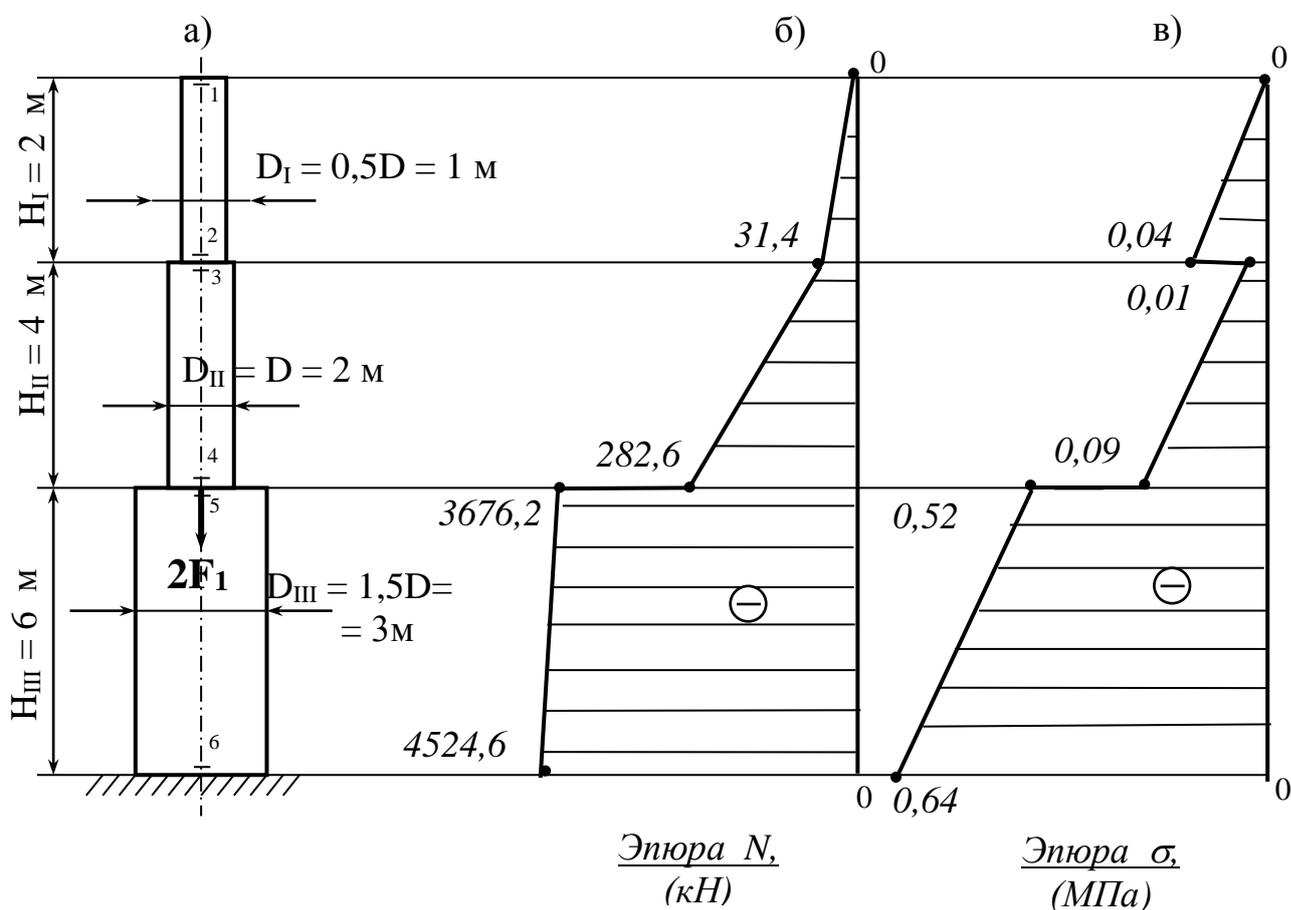


Рис. 2

1 Определим площадь поперечного сечения каждой ступени колонны:

Площадь поперечного сечения i -й ступени: $A_i = \frac{\pi \cdot D_i^2}{4}$;

$$A_I = \frac{3,14 \cdot 1^2}{4} = 0,785 \text{ м}^2;$$

$$A_{II} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ м}^2;$$

$$A_{III} = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 7,07 \text{ м}^2.$$

2 Определим вес каждой ступени колонны:

$$G_i = \gamma \cdot H_i \cdot A_i,$$

где: γ – удельный вес бетона ($\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$);

H_i – высота i -й ступени, по условию равна удвоенному диаметру i -й ступени (по условию задачи), т.е.:

$$H_i = 2 \cdot D_i;$$

$$H_I = 2 \cdot D_I = 2 \cdot 1 = 2 \text{ м},$$

$$H_{II} = 2 \cdot D_{II} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ м};$$

$$H_{III} = 2 \cdot D_{III} = 2 \cdot 3 = 6 \text{ м};$$

Вес каждой ступени

$$G_I = 20 \cdot 2 \cdot 0,785 = 31,4 \text{ кН};$$

$$G_{II} = 20 \cdot 4 \cdot 3,14 = 251,2 \text{ кН};$$

$$G_{III} = 20 \cdot 6 \cdot 7,07 = 848,4 \text{ кН}.$$

3 Определим величину сосредоточенной силы F_1

Согласно условию задачи: $F_1 = 2 \cdot G_{III}$, тогда

$$F_1 = 2 \cdot 848,4 = 1696,8 \text{ кН}.$$

4 Определим продольные силы с учетом собственного веса материала колонны

Выберем расчетные сечения – 1...6. При определении продольных сил алгебраически суммируем внешние силы и вес бетона, расположенные выше взятых сечений. Так как все силы сжимающие, продольные силы отрицательные:

$$N_1 = 0;$$

$$N_{2,3} = -G_I = -31,4 \text{ кН};$$

$$N_4 = -G_I - G_{II} = -31,4 - 251,2 = -282,6 \text{ кН};$$

$$N_5 = -G_I - G_{II} - 2F_1 = -31,4 - 251,2 - 2 \cdot 1696,8 = -3676,2 \text{ кН};$$

$$N_6 = -G_I - G_{II} - 2F_1 - G_{III} = -31,4 - 251,2 - 2 \cdot 1696,8 - 848,4 = -4524,6 \text{ кН}.$$

По результатам вычислений справа от расчетной схемы построим эпюру продольных сил, выбрав базисную линию, параллельную продольной оси колонны (рис 2, б).

5 Определим нормальные напряжения в расчетных сечениях колонны:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i};$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_I} = -\frac{31,4}{0,785} = -40,0 \text{ кН} / \text{м}^2 = -0,04 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_{II}} = -\frac{31,4}{3,14} = -10 \text{ кН} / \text{м}^2 = -0,01 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_{II}} = -\frac{282,6}{3,14} = -90 \text{ кН} / \text{м}^2 = -0,09 \text{ МПа};$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_{III}} = -\frac{3676,2}{7,07} = -519,97 \text{ кН} / \text{м}^2 = -0,52 \text{ МПа};$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{F_{III}} = -\frac{4524,6}{7,07} = -639,97 \text{ кН} / \text{м}^2 = -0,64 \text{ МПа}.$$

По полученным результатам напряжений строим эпюру σ (рис. 2, в).

6 Определим укорочение колонны

Укорочение колонны определяется как сумма укорочений всех трех ее участков:

$$\Delta H = \Delta H_I + \Delta H_{II} + \Delta H_{III}.$$

Первый или верхний участок укорачивается только от действия собственного веса, что вычисляется по формуле

$$\Delta H_I = \frac{\gamma \cdot H_I^2}{2E}.$$

Но, принимая во внимание, что $\gamma \cdot H_I \cdot A_I = G_I$, эта формула принимает

вид:
$$\Delta H_I = \frac{\frac{G_I}{2} \cdot H_I}{EA_I}.$$

Второй или средний участок сжимается весом верхнего участка, который является внешней силой по отношению ко второму, и собственным весом:

$$\Delta H_{II} = \frac{G_I \cdot H_{II}}{EA_{II}} + \frac{\frac{G_{II}}{2} \cdot H_{II}}{EA_{II}} = \frac{\left(G_I + \frac{G_{II}}{2}\right) \cdot H_{II}}{EA_{II}}.$$

Третий или нижний участок получает укорочение от веса первого и второго участков, а также от нагрузки $2F_I$, которые являются внешними силами по отношению к нижнему участку, и от собственного веса:

$$\begin{aligned} \Delta H_{III} &= \frac{G_I \cdot H_{III}}{EA_{III}} + \frac{G_{II} \cdot H_{III}}{EA_{III}} + \frac{2F_I \cdot H_{III}}{EA_{III}} + \frac{\frac{G_{III}}{2} \cdot H_{III}}{EA_{III}} = \\ &= \frac{\left(G_I + G_{II} + 2F_I + \frac{G_{III}}{2}\right) \cdot H_{III}}{EA_{III}}. \end{aligned}$$

Полное укорочение колонны определяем, суммируя укорочения трех участков:

$$\Delta H = - \left[\frac{G_I \cdot H_1}{EA_I} + \frac{\left(G_1 + \frac{G_{II}}{2} \right) \cdot H_{II}}{EA_{II}} + \frac{\left(G_1 + G_{II} + 2F_I + \frac{G_{III}}{2} \right) \cdot H_{III}}{EA_{III}} \right].$$

$$\Delta H = - \left[\frac{\frac{31,4}{2} \cdot 2}{0,2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 0,785} + \frac{\left(31,4 + \frac{251,2}{2} \right) \cdot 4}{0,2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 3,14} + \frac{\left(31,4 + 251,2 + 2 \cdot 1696,8 + \frac{848,4}{2} \right) \cdot 6}{0,2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 7,07} \right]$$

$$= -(200 + 1000 + 2899,86) \cdot 10^{-8} \text{ м} = -4099,86 \cdot 10^{-8} \text{ м} = -0,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Схема 3

На третьей схеме изображен абсолютно жесткий брус, поддерживаемый шарнирно неподвижной опорой и двумя стальными стержнями одинакового поперечного сечения, нагруженный сосредоточенной силой, равномерно распределенной нагрузкой или моментом.

Требуется:

- 1 Изобразить расчетную схему в деформированном виде с указанием на ней абсолютных изменений длин поддерживающих стержней.
- 2 Определить внутренние усилия в сечениях поддерживающих стержней, вертикальную и горизонтальную составляющие реакции шарнирной опоры.
- 3 Подобрать по ГОСТу заданное поперечное сечение стержней.

Дано: Расчетная схема (рис. 3); $F = 200 \text{ кН}$; $q = 40 \text{ кН/м}$; $\varphi = 50^\circ$.

1 Изображаем расчетную схему в деформированном виде

Под действием заданной внешней нагрузки абсолютно жесткий брус AB , не деформируясь и оставаясь прямолинейным, повернется относительно опоры

A на некоторый угол и займет положение AB_1 . Поддерживающие его стержни при этом деформируются. Вертикальный стержень окажется сжатым и его верхний конец переместится вниз на величину CC_1 , а наклонный стержень окажется растянутым и его нижний конец переместится вниз на величину DD_1 . Горизонтальными перемещениями этих концов стержней пренебрегаем из-за их крайней малости в пределах упругих деформаций.

Изобразим расчетную схему сил, действующих на брус (рис. 4). Отбросим шарнирную опору бруса, заменив ее действие реактивными силами R_A^x и R_A^y . Проведем сквозное сечение поддерживающих стержней, отбросим опорные части стержней, заменив их действие внутренними силами N_1 и N_2 .

Сжимающее усилие N_1 направляем к узлу, а растягивающее N_2 – от узла. На расчетной схеме изображаем также заданную внешнюю нагрузку.

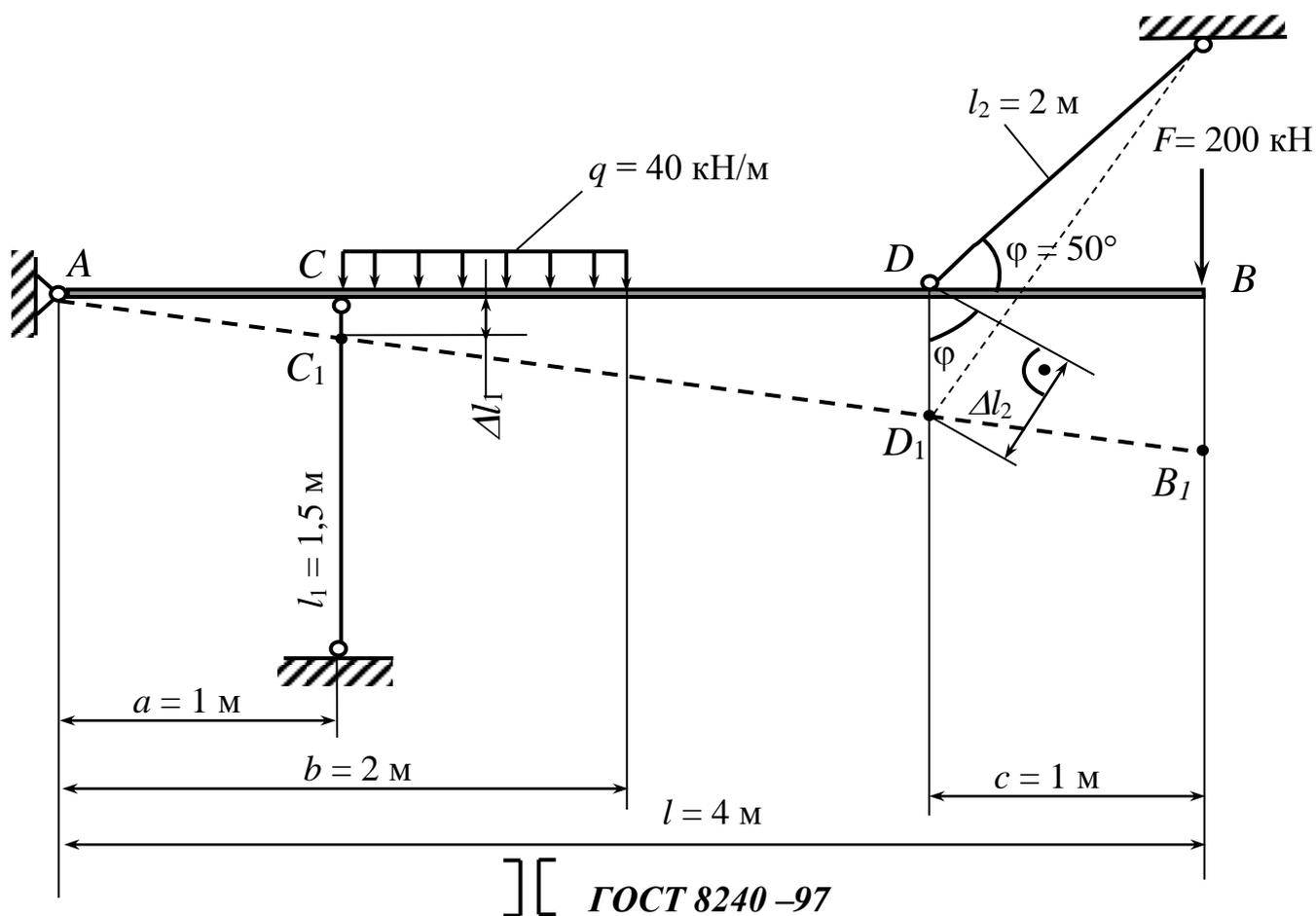
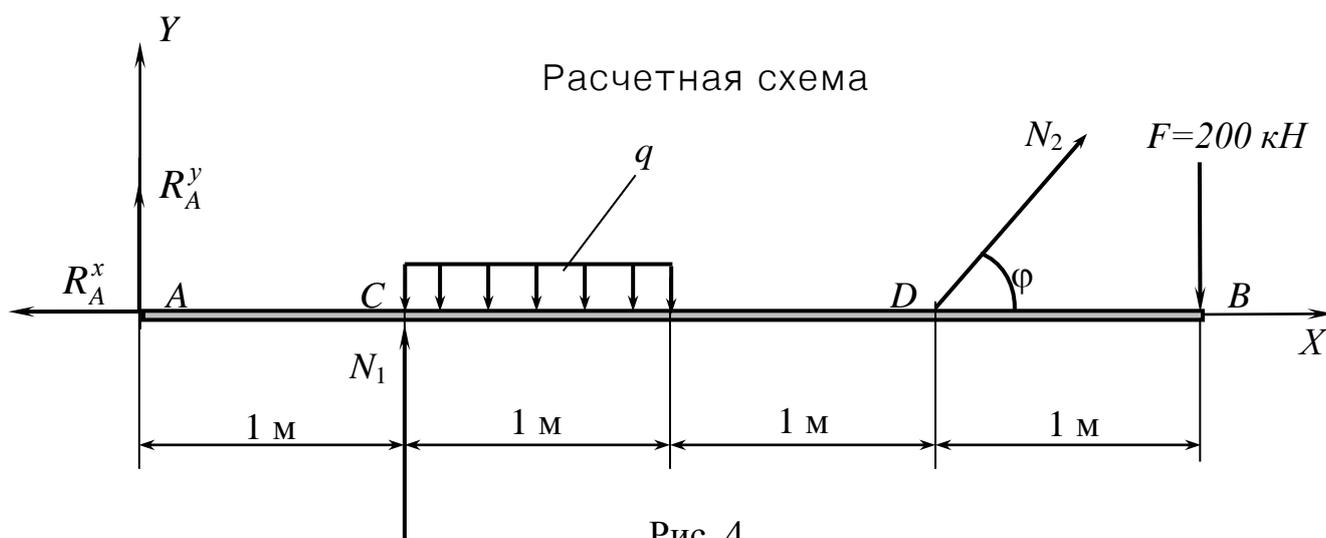


Рис. 3



2 Определяем внутренние усилия в сечениях поддерживающих стержней

Запишем уравнение равновесия – *статическая сторона задачи*;

$$1 \quad \sum X = 0; \quad -R_A^x + N_2 \cdot \cos \varphi = 0; \quad (1)$$

$$2 \quad \sum Y = 0; \quad R_A^y + N_1 + N_2 \cdot \sin \varphi - q \cdot 1 - F = 0; \quad (2)$$

$$3 \quad \sum M(A) = 0; \quad -N_1 \cdot 1 + q \cdot 1 \cdot 1,5 - N_2 \cdot \sin \varphi \cdot 3 + F \cdot 4 = 0. \quad (3)$$

В составленных трех уравнениях статики четыре неизвестных R_A^x ; R_A^y ; N_1 и N_2 . Степень статической неопределимости $n = 4 - 3 = 1$ – *задача один раз статически неопределимая*.

Составляем дополнительное уравнение по деформированной схеме из условия совместной деформации стержней системы – *геометрическая сторона задачи*.

Из геометрических соображений

$$\Delta ACC_1 \sim \Delta ADD_1$$

$$\frac{AC}{CC_1} = \frac{AD}{DD_1}, \quad AC = 1 \text{ м}; \quad CC_1 = \Delta l_1, \quad AD = 3 \text{ м}; \quad DD_1 = \frac{\Delta l_2}{\sin \varphi}, \quad \text{тогда}$$

$$\frac{1}{\Delta l_1} = \frac{3 \cdot \sin \varphi}{\Delta l_2},$$

где Δl_1 и Δl_2 – абсолютные продольные деформации первого и второго стержней.

$$\Delta l_2 = 3 \cdot \sin \varphi \cdot \Delta l_1 \quad (4)$$

Выразим абсолютные продольные деформации стержней Δl_1 и Δl_2 через продольные силы по формуле закона Гука – *физическая сторона задачи*:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot A_2}.$$

Подставим в (4):

$$\frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot A_2} = 3 \cdot \frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot A_1} \cdot \sin \varphi. \quad (5)$$

По условию задачи стержни имеют одинаковую площадь поперечного сечения и изготовлены из одного материала (*сталь*), т.е.

$$E_1 A_1 = E_2 A_2 = EA, \text{ тогда из (5) получим зависимость:}$$

$$N_2 = 1,8 N_1. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (3), получим $N_1 = 167,42$ кН. Подставляя N_1 в (6), находим $N_2 = 301,36$ кН. Теперь, решая уравнения (1) и (2), определяем:

$$R_A^x = 193,71 \text{ кН}; \quad R_A^y = -158,28 \text{ кН};$$

Отрицательное значение R_A^y указывает, что первоначально направление реакции на расчетной схеме выбрано неверно, т.е. в действительности реакция направлена вниз.

3 Подбираем по ГОСТ заданное поперечное сечение

По полученным значениям усилий в стержнях видно, что наиболее нагружен наклонный стержень, в котором $N_2 = 301,36$ кН.

Из условия прочности при растяжении и сжатии:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_{\max}|}{A} \leq [\sigma],$$

расчетная площадь поперечного сечения

$$A \geq \frac{|N_{max}|}{[\sigma]} = \frac{301,36}{160 \cdot 10^3} = 18,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 18,8 \text{ см}^2.$$

В рассматриваемом примере необходимо подобрать сечение для двух стержней, состоящее из двух швеллеров (ГОСТ № 8240 – 89). Следовательно, расчетная площадь одного швеллера:

$$A_1 = \frac{A}{2} = \frac{18,8}{2} = 9,4 \text{ см}^2.$$

По этой величине из ГОСТа № 8240 – 89 выбираем швеллер № 8 со стандартной площадью сечения $A = 8,98 \text{ см}^2$.

Определим нормальное напряжение в стержне 2, состоящем из двух швеллеров № 8.

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{2 \cdot A_2} = \frac{301,36}{2 \cdot 8,98} = 16,78 \text{ кН/см}^2 = 167,8 \text{ МПа} > [\sigma].$$

Определяем процент перенапряжения (перегруз):

$$\eta = \frac{|[\sigma] - \sigma_2|}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{|160 - 167,8|}{160} \cdot 100\% = 4,87\% \leq 5\%, \quad -$$

что допустимо.

В инженерных расчетах расхождение между требуемой и фактической величинами допускается в пределах 5 %.

Окончательно выбираем для обоих стержней швеллеры № 8 с площадью $A = 8,98 \text{ см}^2$.

Нормальное напряжение в первом, менее нагруженном, стержне составит:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2 \cdot A_1} = \frac{197,42}{2 \cdot 8,98} = 9,32 \text{ кН/см}^2 = 93,2 \text{ МПа}.$$

Необходимо помнить, что первый стержень сжат и поэтому полученное напряжение σ_1 – сжимающее.

В других вариантах этой задачи требуется подобрать сечение стержней,

состоящее из двух равнополочных (ГОСТ 8209 – 86) или двух неравнополочных (ГОСТ 8210 – 86) уголков, а также из одного двутавра (ГОСТ 8239 – 89). Во всех случаях подбор сечения ведется аналогично данному примеру, но *при подборе двутавров необходимо помнить, что сечение состоит из одного элемента.*

Схема 4

На четвертой схеме представлен стержень, составленный из стали ($ст$) и меди ($м$), закрепленный с двух сторон (на некоторых схемах имеется с одной стороны малый зазор « δ »), нагруженный центральными силами и напряжениями от повышения температуры.

Требуется:

- 1 Определить реакции со стороны опорных плоскостей.
- 2 Построить эпюры продольных сил (N).
- 3 Построить эпюры напряжений (σ), приняв для поперечного сечения составного стержня $A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$.

Дано: Расчетная схема с основными размерами (рис 5, а).

Внешняя нагрузка $F = 500 \text{ кН}$. Повышение температуры $\Delta t = 40^\circ$.

Зазор $\delta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$.

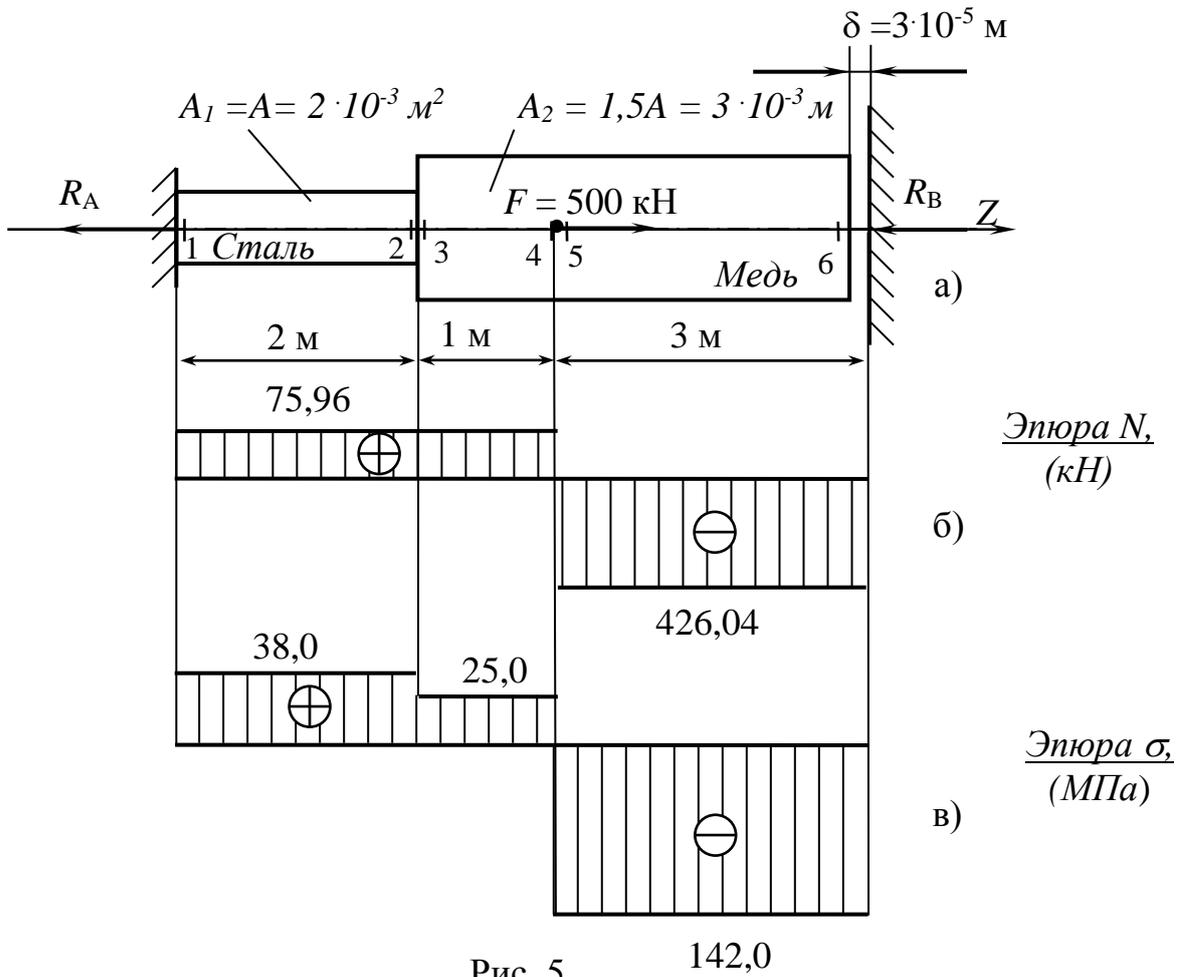
1 Определим реакции со стороны опорных плоскостей

В результате действия внешней нагрузки F и нагрева материала стержня на Δt его длина будет увеличена и зазор, возможно, закроется. Определим удлинение заданного составного стержня в предположении, что правая опорная плоскость отсутствует:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l_{3-4}}{E_m \cdot 1,5A} + \frac{F \cdot l_{1-2}}{E_{ст} \cdot A} + \alpha_{ст} \cdot l_{1-2} \cdot \Delta t + \alpha_m \cdot l_{3-6} \cdot \Delta t .$$

Здесь первые два слагаемых представляют собой удлинение от внешней

нагрузки, вторые два – удлинение от повышения температуры.



$$\Delta l = \frac{500 \cdot 1}{1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} + \frac{500 \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} + 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 40 + 1,65 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 40 = 1,66 \cdot 10^{-3} + 2,5 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3} + 2,64 \cdot 10^{-3} = 0,0078 \text{ м.}$$

Полученное удлинение намного больше заданного зазора $\delta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Поэтому при действии F и нагрева на Δt правый конец стержня перекроет зазор и упрется в правую неподатливую опору. Это вызовет в опоре B реакцию R_B , а в опоре A – реакцию R_A .

Рассматриваем *статическую сторону задачи*. Для систем сил, действующих по одной прямой, можно составить лишь одно уравнение статики:

$$\sum z = 0; \quad -R_A - R_B + F = 0. \quad (1)$$

Поскольку в этом единственно возможном уравнении статики два неизвестных R_A и R_B , данная задача статически неопределима. Степень статической неопределимости: $n = 2 - 1 = 1$ – задача один раз статически неопределимая.

Дополнительное уравнение составляем из условия деформации стержня – геометрическая сторона задачи: общее удлинение стержня от силы F и нагрева его на Δt равно величине зазора, т.е

$$\Delta l = \delta. \quad (2)$$

Предварительно определим продольные силы в расчетных сечениях стержня $N_{1-4} = R_A$; $N_{5-6} = R_A - F$.

Дополнительное уравнение (2) после раскрытия его левой части примет вид (физическая сторона задачи):

$$\frac{N_{1-2} \cdot l_{1-2}}{E_{1-2} \cdot A_{1-2}} + \frac{N_{3-4} \cdot l_{3-4}}{E_{3-4} \cdot A_{3-4}} + \frac{N_{5-6} \cdot l_{5-6}}{E_{5-6} \cdot A_{5-6}} + \alpha_{cm} \cdot l_{1-2} \cdot \Delta t + \alpha_m \cdot l_{3-6} \cdot \Delta t = \delta;$$

$$\frac{R_A \cdot l_{1-2}}{E_{cm} \cdot A} + \frac{R_A \cdot l_{3-4}}{E_m \cdot 1,5A} + \frac{(R_A - F) \cdot l_{5-6}}{E_m \cdot 1,5A} + \alpha_{cm} \cdot l_{1-2} \cdot \Delta t + \alpha_m \cdot l_{3-6} \cdot \Delta t = \delta.$$

Подставим численные значения известных величин:

$$\frac{R_A \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} + \frac{R_A \cdot 1}{1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} + \frac{(R_A - 500) \cdot 3}{1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} + 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 40 + 1,65 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 40 = 3 \cdot 10^{-5};$$

$$0,5 \cdot 10^{-5} R_A + 0,33 \cdot 10^{-5} R_A + 1 \cdot 10^{-5} R_A - 500 \cdot 10^{-5} + 100 \cdot 10^{-5} + 264 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{-5};$$

$$1,83 \cdot 10^{-5} R_A = 139 \cdot 10^{-5}.$$

$$R_A = \frac{139}{1,83} = 75,96 \text{ кН.}$$

Из уравнения (1) $R_B = -R_A + F = -75,96 + 500 = 422 \text{ кН}$. Положительные знаки у обеих реакций указывают на то, что действительные направления реакций выбраны правильно.

2 Построим эпюру продольных сил

Установив численные значения опорных реакций, определяем продоль-

ные силы на каждом участке стержня:

$$N_{1-2} = N_{3-4} = R_A = 75,96 \text{ кН};$$

$$N_{5-6} = R_A - F = 78 - 500 = -426,04 \text{ кН}.$$

По полученным результатам строим эпюру N (рис. 5, б).

3 Построим эпюру нормальных напряжений

Определим нормальные напряжения на участках стержня:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i};$$

$$\sigma_{1-2} = \frac{N_{1-2}}{A_{1-2}} = \frac{75,96}{2 \cdot 10^{-3}} = 37,98 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 37,98 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3-4} = \frac{N_{3-4}}{A_{3-4}} = \frac{75,96}{3 \cdot 10^{-3}} = 25,32 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = 25,32 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{5-6} = \frac{N_{5-6}}{A_{5-6}} = -\frac{426,04}{3 \cdot 10^{-3}} = -142,01 \cdot 10^3 \text{ кН/м}^2 = -142 \text{ МПа}.$$

По результатам этих расчетов строим эпюру σ (рис. 5, в).

Если в заданной схеме зазор δ равен нулю, то в начале решения определять удлинение составного стержня не следует. Правая часть уравнения (2) приравнивается нулю.

Библиографический список

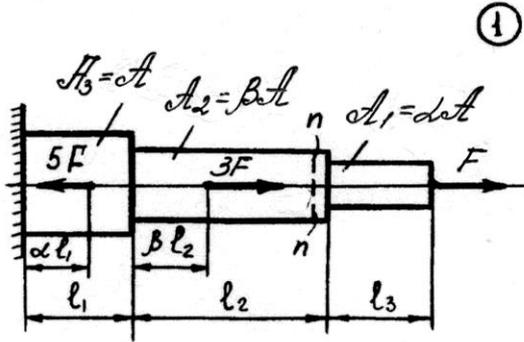
- 1 **Александров, А.В.** Сопротивление материалов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – М.: Высш. школа, 2000. – 560 с.
- 2 **Феодосьев, В.И.** Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: Изд.-во МГТУ, 1999. – 561 с.
- 3 **Писаренко, Г.С.** Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко [и др.]. – Киев: Вища школа, 1986. – 562 с.
- 4 **Варданян, Г.С.** Сопротивление материалов с основами строительной механики / Г.С. Варданян, Н.М. Атаров, А.А. Горшков [и др.]. – М.: АСВ, 2003. – 480 с.

| Шифр группы | Личный шифр | F, (кН) | M, (кНм) | q, (кН/м) | Длина стержней и участков | | | | | | | | Коэффициент | | Диаметр D, (м) | Угол φ, (град) | Измен темп. Δt, (град) |
|-------------|-------------|---------|----------|-----------|---------------------------|----------------------|----------------------|--------|--------|--------|--------|--------------------------------|-------------|-----|----------------|----------------|------------------------|
| | | | | | l ₁ , (м) | l ₂ , (м) | l ₃ , (м) | a, (м) | b, (м) | c, (м) | L, (м) | Зазор δ · 10 ⁻⁵ (м) | α | β | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 1 | 1-20 | 1000 | 1300 | 300 | 0.3 | 0.6 | 0.2 | 0.8 | 0.5 | 1.2 | 3 | 1 | 0.2 | 0.9 | 2 | 20 | 10 |
| | 21-40 | -1200 | -2600 | -200 | 1.0 | 2 | 0.5 | 0.3 | 0.6 | 0.9 | 2.5 | 5 | 0.8 | 0.3 | 0.4 | 30 | 14 |
| 2 | 1-20 | -2000 | -1400 | -500 | 0.4 | 0.3 | 0.5 | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 1.5 | 2 | 0.3 | 0.8 | 1.5 | 30 | 11 |
| | 21-40 | 1400 | 1600 | 800 | 2.5 | 3 | 2 | 0.5 | 0.2 | 1 | 2 | 6 | 0.7 | 0.6 | 0.5 | 60 | 15 |
| 3 | 1-20 | 3000 | 1500 | 400 | 0.7 | 0.9 | 0.3 | 0.4 | 0.6 | 1.5 | 2.5 | 3 | 0.4 | 0.7 | 1.6 | 40 | 12 |
| | 21-40 | -1600 | -1000 | -400 | 1.5 | 2 | 0.7 | 0.9 | 0.6 | 2.5 | 3.6 | 7 | 0.6 | 0.5 | 0.6 | 80 | 16 |
| 4 | 1-20 | -300 | -1700 | -300 | 1.4 | 2.5 | 1 | 1 | 0.8 | 1.4 | 3 | 4 | 0.5 | 0.6 | 1.8 | 50 | 13 |
| | 21-40 | 800 | 1200 | -300 | 1.1 | 2.1 | 0.8 | 1.2 | 0.6 | 2 | 3 | 8 | 0.4 | 0.4 | 0.7 | 30 | 17 |
| 5 | 1-20 | 1600 | 1800 | 400 | 2.7 | 3.2 | 2.2 | 1.4 | 0.7 | 2 | 3.2 | 1 | 0.6 | 0.5 | 1.8 | 60 | 18 |
| | 21-40 | -900 | -1600 | -800 | 0.5 | 0.8 | 0.9 | 0.5 | 1.2 | 1 | 2.6 | 5 | 0.2 | 0.8 | 0.8 | 70 | 23 |
| 6 | 1-20 | -1700 | -1000 | -200 | 0.7 | 0.9 | 1 | 1.3 | 0.9 | 2.1 | 3.8 | 2 | 0.7 | 0.4 | 1.1 | 70 | 19 |
| | 21-40 | 2000 | 1200 | 600 | 0.8 | 1 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 1.3 | 2.8 | 6 | 0.3 | 0.7 | 0.9 | 60 | 24 |
| 7 | 1-20 | 1800 | 1200 | 400 | 0.6 | 1.2 | 0.8 | 0.3 | 0.5 | 0.8 | 2 | 3 | 0.8 | 0.3 | 0.9 | 20 | 20 |
| | 21-40 | -1700 | -1800 | -500 | 0.9 | 1.4 | 1 | 1.1 | 1 | 2.1 | 3.6 | 7 | 0.4 | 0.6 | 1 | 50 | 34 |
| 8 | 1-20 | -1900 | -1800 | -200 | 1 | 1.4 | 1.3 | 0.8 | 1.2 | 1.8 | 4 | 4 | 0.9 | 0.2 | 0.8 | 40 | 21 |
| | 21-40 | 1200 | 2000 | 200 | 1.4 | 0.8 | 0.9 | 1.4 | 1.2 | 2 | 3.8 | 8 | 0.5 | 0.5 | 1.1 | 30 | 40 |
| 9 | 1-20 | 1000 | 2000 | 250 | 1.3 | 1.6 | 1.2 | 0.6 | 0.3 | 1.2 | 2 | 1 | 0.4 | 0.7 | 0.7 | 30 | 29 |
| | 21-40 | -1500 | -1200 | -900 | 0.3 | 0.6 | 0.8 | 1 | 0.5 | 1.5 | 2.2 | 5 | 0.6 | 0.4 | 1.2 | 20 | 41 |
| 10 | 1-20 | -1800 | -1600 | -400 | 1.2 | 1.6 | 1.1 | 0.7 | 0.8 | 1.4 | 2.6 | 2 | 0.2 | 0.8 | 0.5 | 50 | 22 |
| | 21-40 | 1800 | 2800 | 400 | 1.1 | 1.3 | 1.4 | 1.2 | 0.8 | 1.8 | 3 | 6 | 0.7 | 0.3 | 0.8 | 30 | 35 |

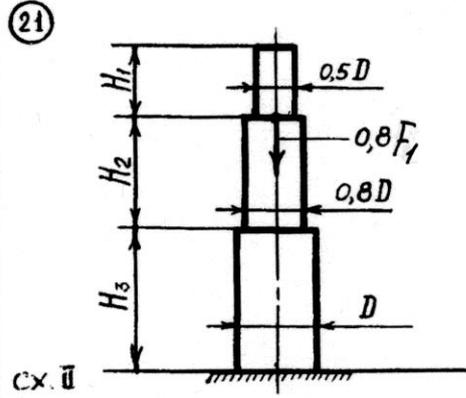
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
|----|-------|-------|-------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|----|----|
| 11 | 1-20 | 1600 | 1500 | 200 | 0.6 | 0.9 | 0.8 | 1.4 | 1.2 | 2 | 3.6 | 3 | 0.3 | 0.9 | 0.6 | 40 | 30 |
| | 21-40 | -2000 | -2600 | -300 | 0.7 | 1 | 1.9 | 1.1 | 0.9 | 2 | 3.3 | 7 | 0.5 | 0.2 | 1.3 | 60 | 42 |
| 12 | 1-20 | -1500 | -1900 | -800 | 2 | 1.8 | 1.7 | 0.2 | 0.8 | 1.2 | 2.4 | 4 | 0.4 | 0.4 | 0.4 | 30 | 25 |
| | 21-40 | 1400 | 2200 | 250 | 1.2 | 1.6 | 1.8 | 0.6 | 1 | 1.2 | 2.8 | 8 | 0.3 | 0.9 | 1.4 | 50 | 44 |
| 13 | 1-20 | 1000 | 1400 | 200 | 0.9 | 1.1 | 1.6 | 0.2 | 1.2 | 1.4 | 2.8 | 1 | 0.5 | 0.2 | 0.3 | 50 | 31 |
| | 21-40 | -1500 | -1800 | -200 | 1 | 1.5 | 2 | 0.8 | 0.4 | 1.6 | 2.4 | 6 | 0.2 | 0.8 | 1.5 | 60 | 36 |
| 14 | 1-20 | -1300 | -1700 | -800 | 1 | 1.4 | 1.8 | 1.2 | 0.7 | 2 | 3 | 2 | 0.6 | 0.3 | 0.2 | 20 | 26 |
| | 21-40 | 1800 | 3000 | 500 | 0.8 | 0.9 | 1.2 | 0.4 | 1 | 2.2 | 3.8 | 7 | 0.5 | 0.7 | 1.6 | 70 | 43 |
| 15 | 1-20 | 1200 | 2200 | 300 | 0.8 | 1.2 | 1.8 | 0.5 | 1 | 1.4 | 2.9 | 3 | 0.7 | 0.4 | 0.8 | 60 | 32 |
| | 21-40 | -1600 | -2500 | -500 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1 | 0.7 | 2.2 | 3.3 | 8 | 0.4 | 0.6 | 1.7 | 80 | 45 |
| 16 | 1-20 | -1400 | -2000 | -300 | 0.9 | 0.7 | 1.4 | 0.3 | 1.4 | 1.3 | 3 | 4 | 0.8 | 0.5 | 0.7 | 30 | 27 |
| | 21-40 | 2200 | 3200 | 300 | 0.9 | 1.1 | 1.2 | 0.4 | 1.8 | 1.6 | 4 | 5 | 0.3 | 0.2 | 1.9 | 10 | 10 |
| 17 | 1-20 | 1600 | 1800 | 400 | 2 | 1.8 | 2.4 | 0.7 | 0.9 | 1.5 | 3 | 1 | 0.9 | 0.6 | 0.2 | 70 | 33 |
| | 21-40 | -1900 | -2700 | -500 | 0.7 | 1.2 | 2 | 0.4 | 1.6 | 1.4 | 3.3 | 7 | 0.4 | 0.5 | 2 | 30 | 11 |
| 18 | 1-20 | 1000 | -2600 | -200 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 0.6 | 1.2 | 1.6 | 3.2 | 2 | 0.4 | 0.7 | 2 | 60 | 37 |
| | 21-40 | 1100 | 1900 | 800 | 1 | 1.3 | 1.6 | 1 | 0.8 | 2 | 3.4 | 8 | 0.8 | 0.4 | 0.9 | 20 | 46 |
| 19 | 1-20 | 1600 | 1200 | 400 | 2.2 | 2.4 | 2.6 | 0.2 | 0.8 | 1.4 | 2.5 | 3 | 0.2 | 0.8 | 1.9 | 20 | 28 |
| | 21-40 | -1200 | -2300 | -2.5 | 2 | 1.8 | 2.4 | 0.3 | 0.9 | 1.1 | 2.2 | 6 | 0.7 | 0.3 | 1.8 | 40 | 12 |
| 20 | 1-20 | -1700 | -1800 | -400 | 0.8 | 1.2 | 2 | 1 | 1.4 | 2 | 4 | 4 | 0.3 | 0.9 | 1.8 | 60 | 38 |
| | 21-40 | 1600 | 1200 | 500 | 1 | 1.8 | 2 | 0.8 | 1.2 | 2 | 3.5 | 8 | 0.6 | 0.2 | 0.4 | 50 | 13 |
| 21 | 1-20 | 1300 | 1800 | 600 | 2.5 | 3 | 3.2 | 0.4 | 0.9 | 1.6 | 2.8 | 1 | 0.4 | 0.2 | 1.7 | 30 | 47 |
| | 21-40 | -1600 | -2600 | -300 | 1.8 | 2 | 1.4 | 0.9 | 0.3 | 1.8 | 2.5 | 5 | 0.5 | 0.6 | 0.6 | 60 | 14 |
| 22 | 1-20 | -1400 | -1000 | -800 | 2.6 | 2 | 3 | 0.7 | 1.1 | 1.8 | 3.2 | 2 | 0.5 | 0.3 | 1.6 | 20 | 39 |
| | 21-40 | 200 | 3000 | 350 | 0.5 | 0.9 | 1.2 | 0.4 | 1 | 1.2 | 2.6 | 7 | 0.4 | 0.5 | 0.8 | 70 | 15 |
| 23 | 1-20 | 1900 | 1400 | 600 | 1.4 | 1.8 | 2 | 0.8 | 0.9 | 1.9 | 3.1 | 3 | 0.6 | 0.4 | 1.5 | 40 | 19 |
| | 21-40 | -2200 | -3200 | -400 | 0.8 | 1 | 1.2 | 0.3 | 1.1 | 1.5 | 2.9 | 6 | 0.2 | 0.2 | 0.5 | 80 | 16 |
| 24 | 1-20 | -1800 | -2800 | -400 | 2 | 1.2 | 1.6 | 0.4 | 0.8 | 1.8 | 3 | 4 | 0.7 | 0.5 | 1.1 | 60 | 28 |

5
~~26~~

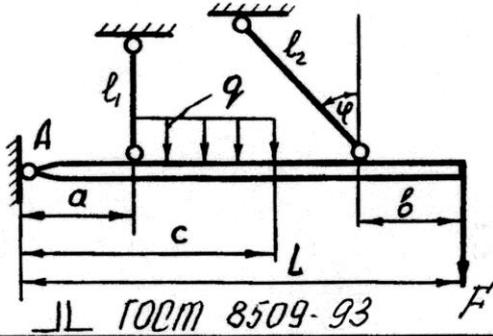
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------|------|------|-----|---|-----|-----|---|-----|---|-----|---|-----|-----|-----|----|----|
| | 21-40 | 1800 | 1800 | 800 | 1 | 1.8 | 1.2 | 1 | 0.6 | 2 | 2.9 | 5 | 0.3 | 0.3 | 0.4 | 40 | 17 |
|--|-------|------|------|-----|---|-----|-----|---|-----|---|-----|---|-----|-----|-----|----|----|



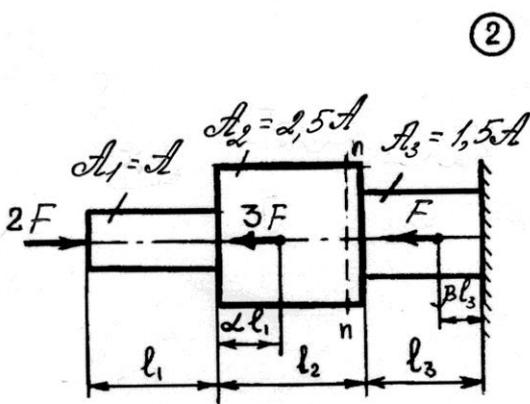
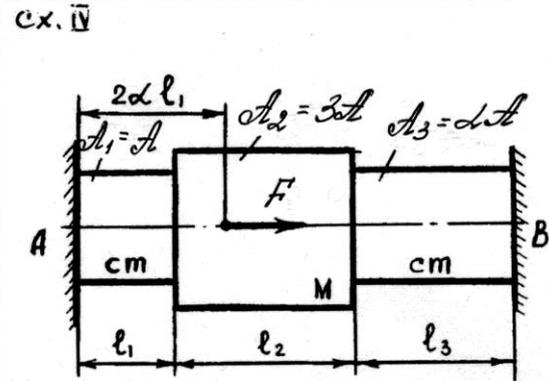
cx I



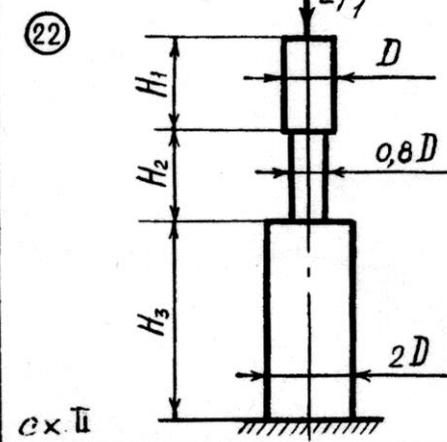
cx II



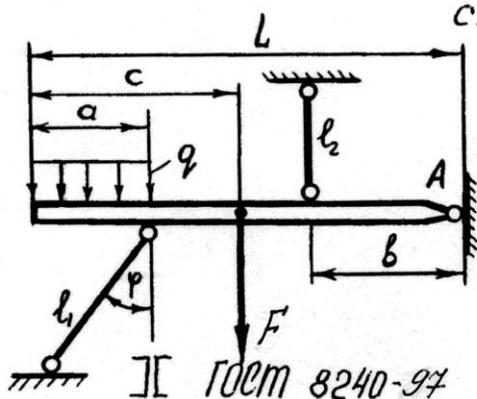
cx III



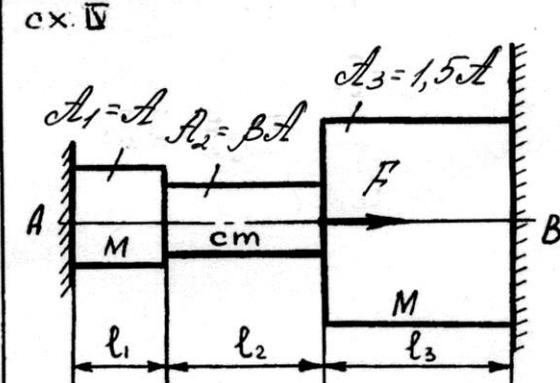
cx I



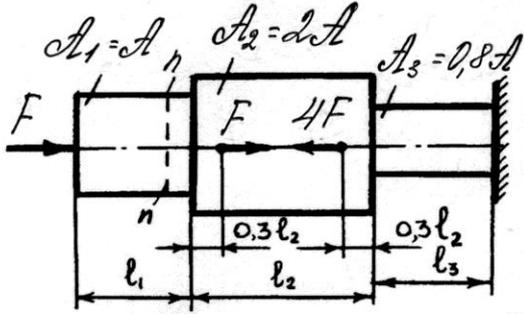
cx II



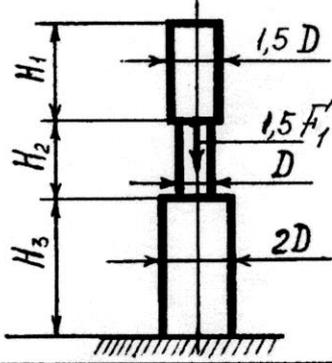
cx III



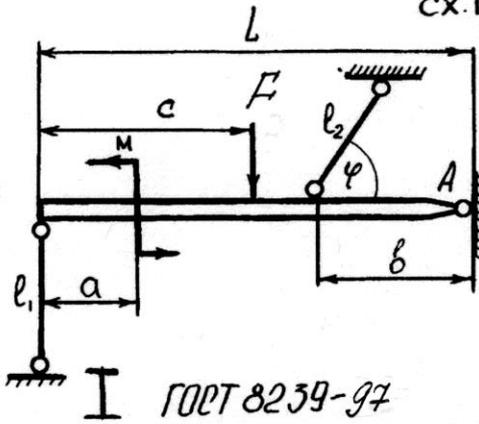
③ ②③



CX. I

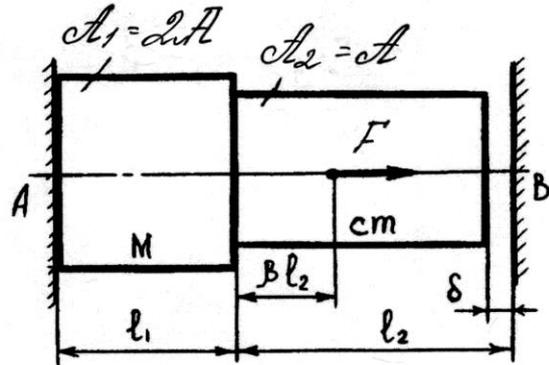


CX. II



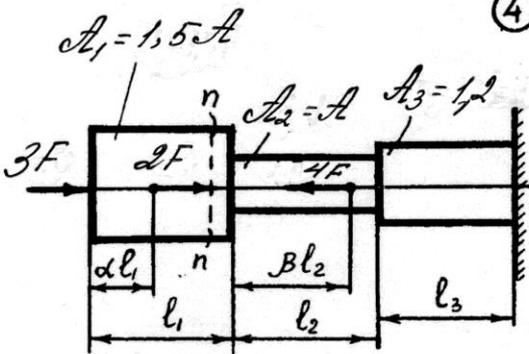
CX. III

CX. IV



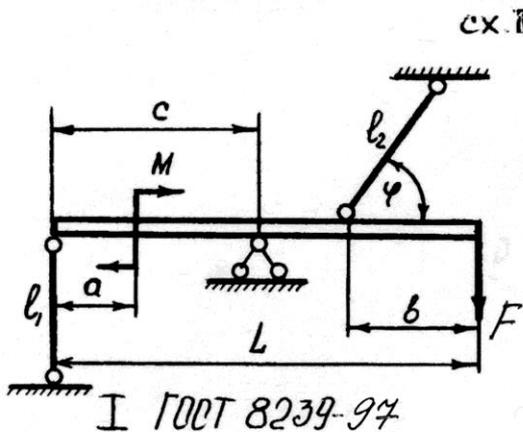
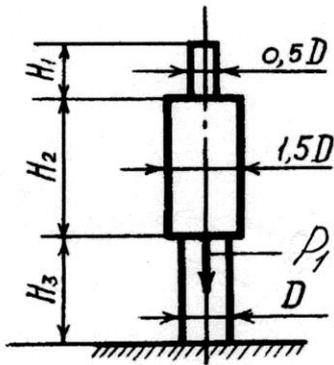
I 100T 8239-97

④ ②④



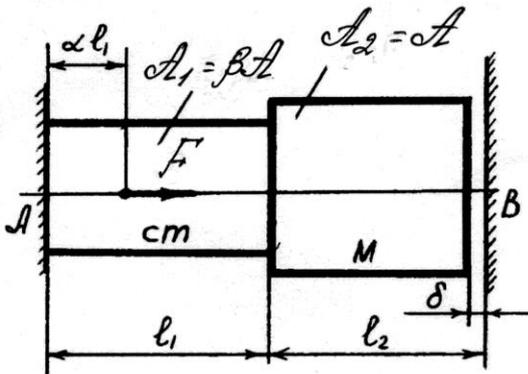
CX. I

CX. II



CX. III

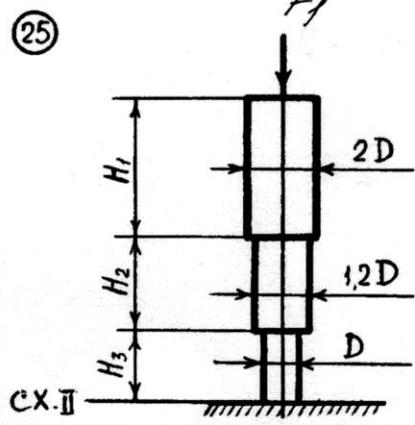
CX. IV



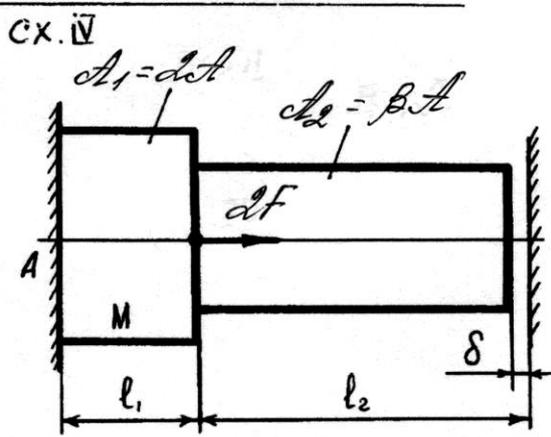
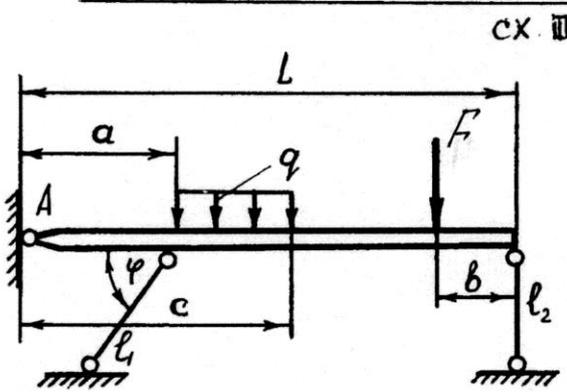
I 100T 8239-97



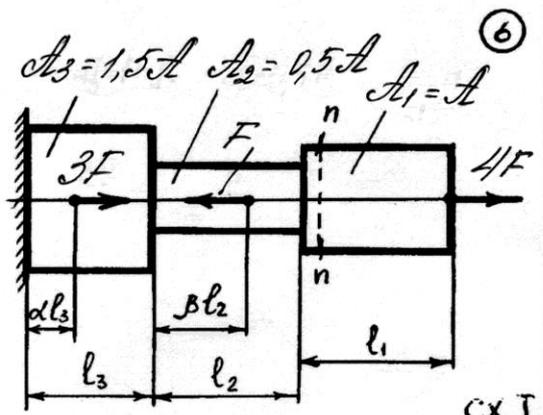
CX.I



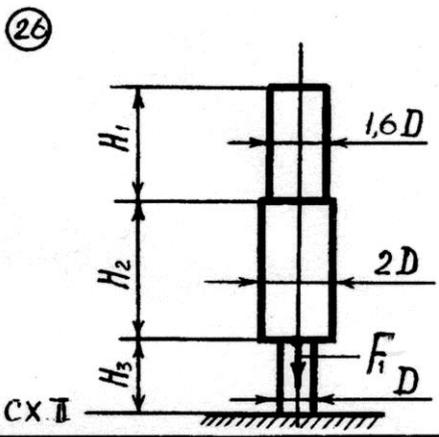
CX.II



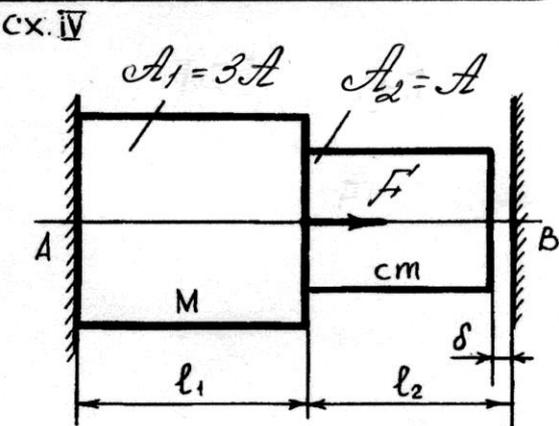
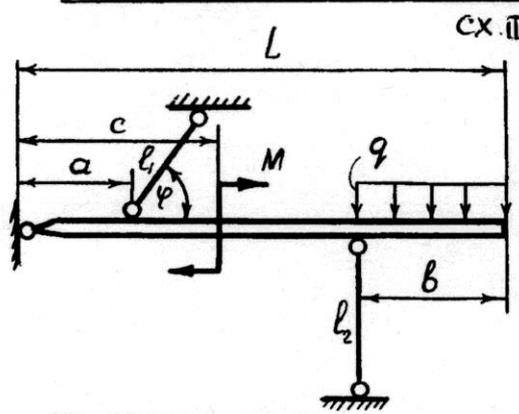
I ГОСТ 8239-97



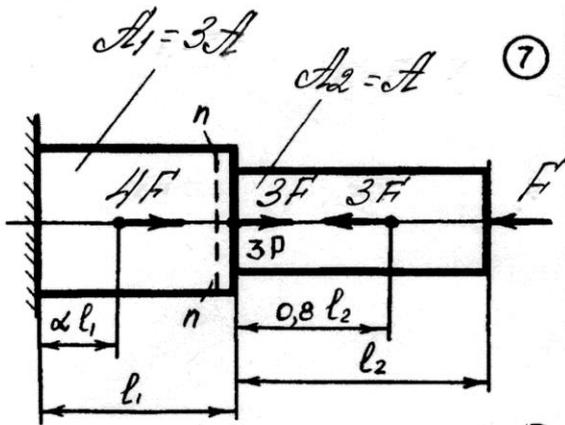
CX.I



CX.II

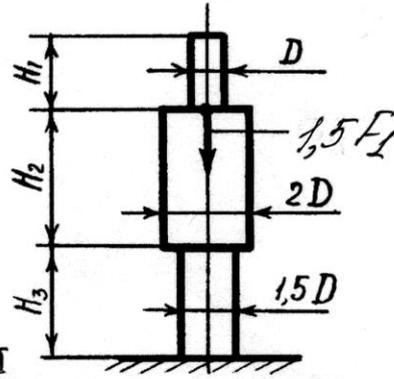


I ГОСТ 8239-97



cx. I

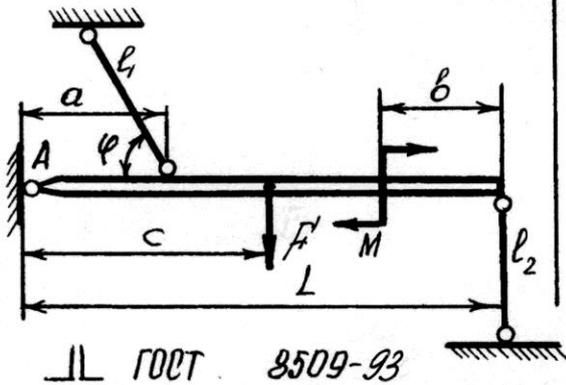
(27)



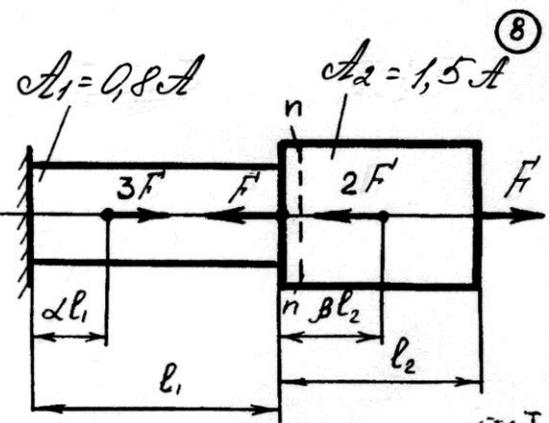
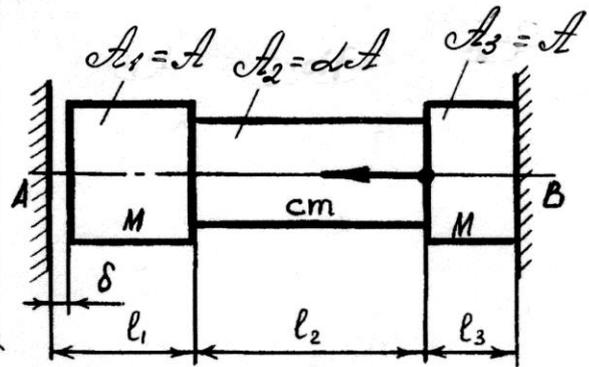
cx. II

cx. III

cx. IV

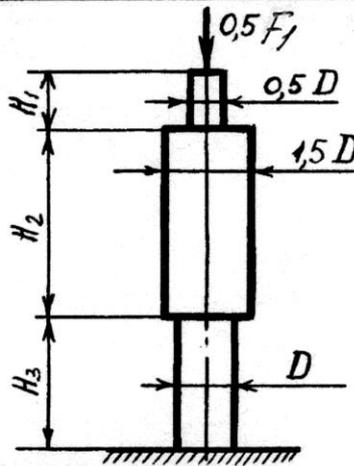


ИЛ ГОСТ 8509-93



cx. I

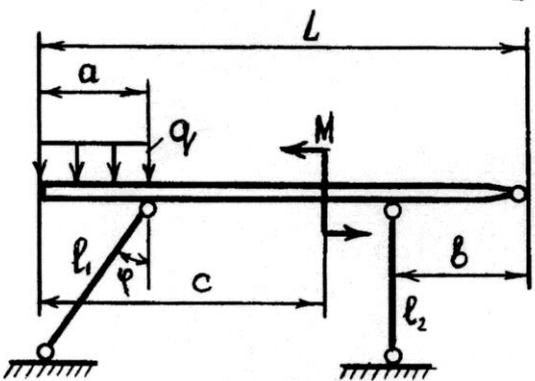
(28)



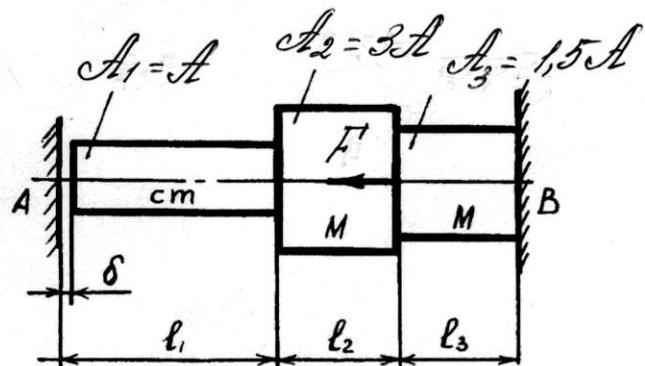
cx. II

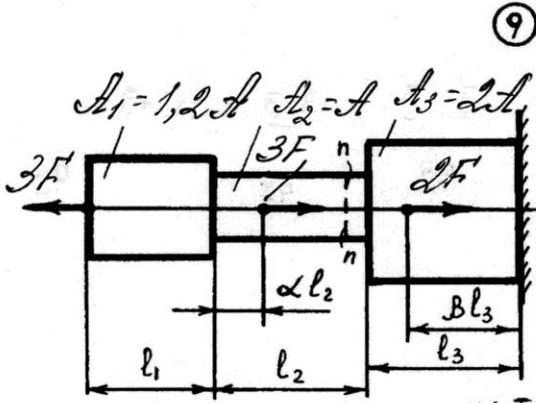
cx. III

cx. IV



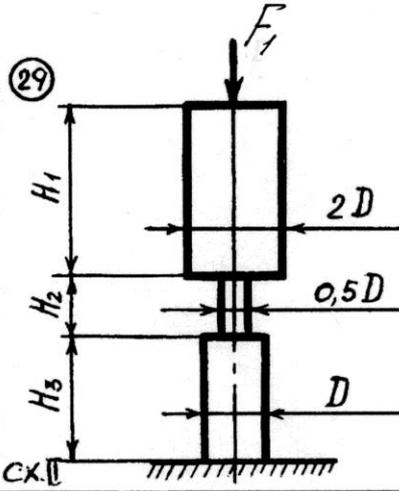
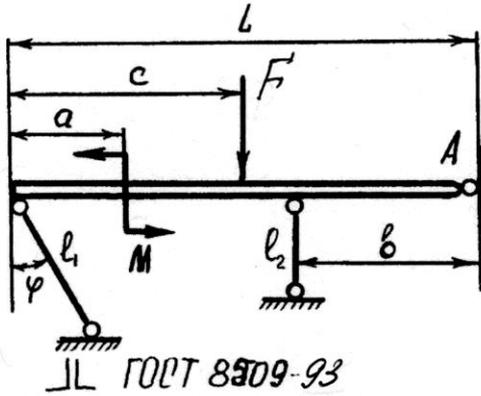
I ГОСТ 8239-97





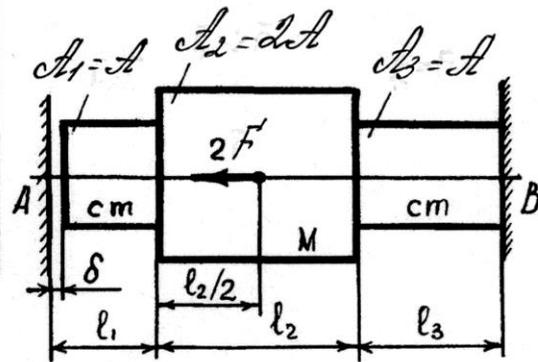
CX. I.

CX. III

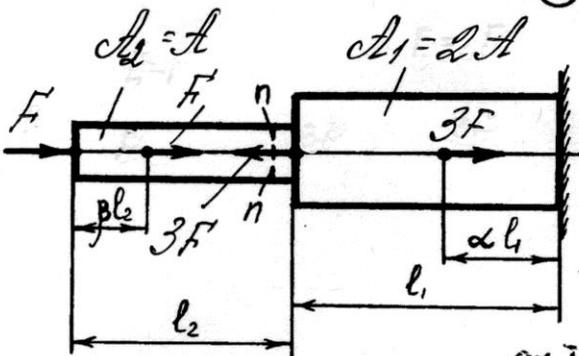


CX. II

CX. IV

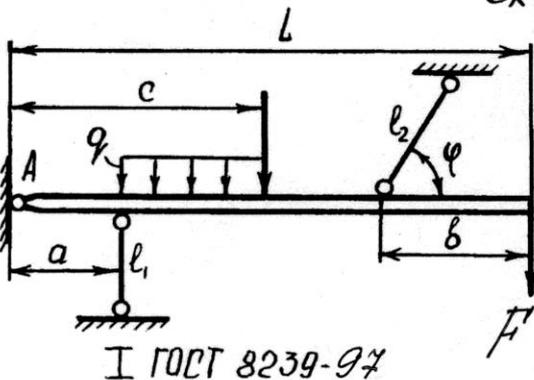


⑩

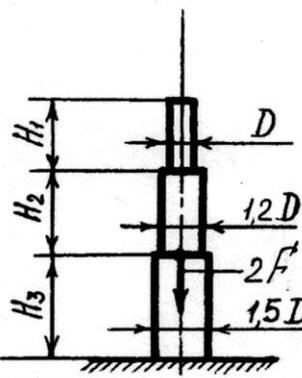


CX. I

CX. III

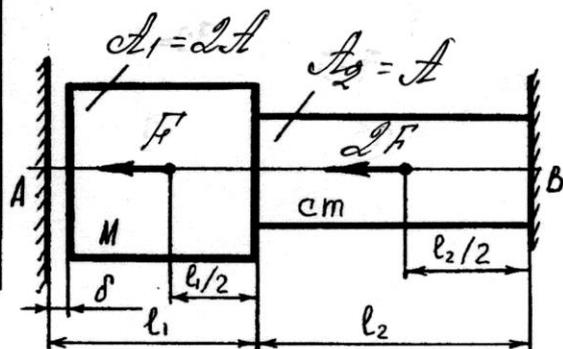


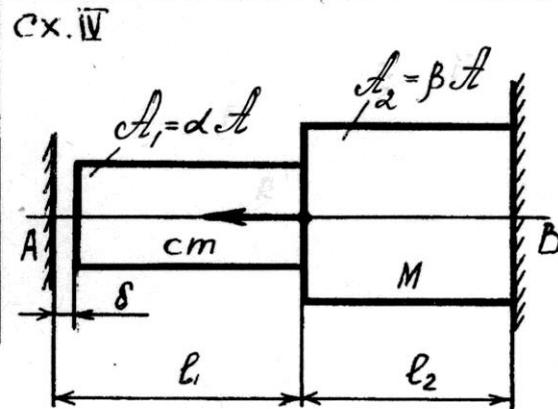
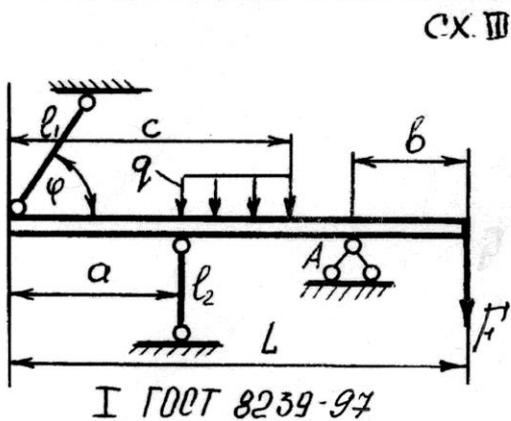
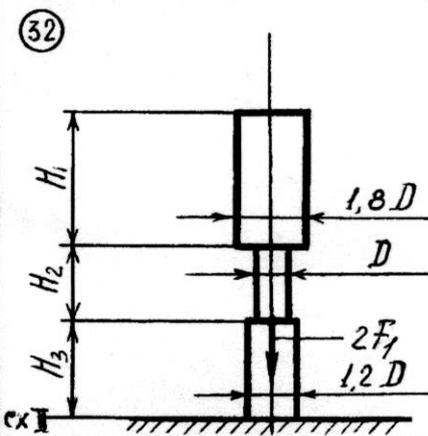
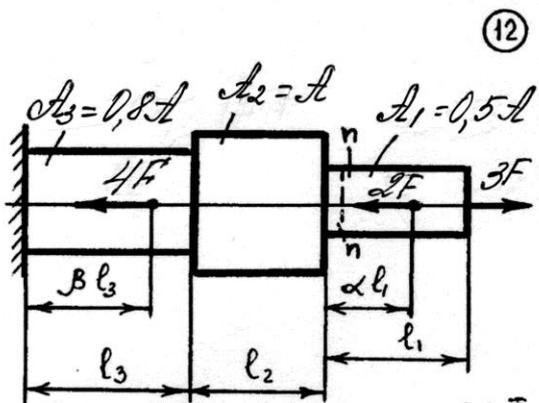
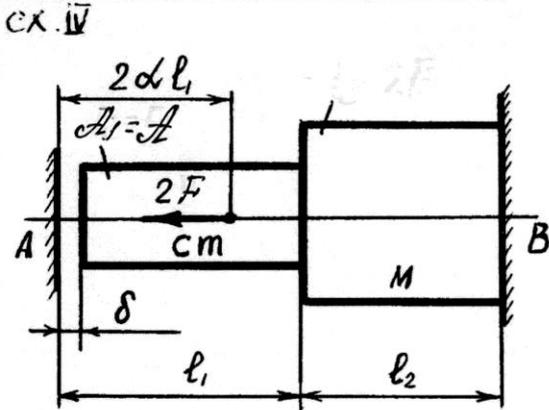
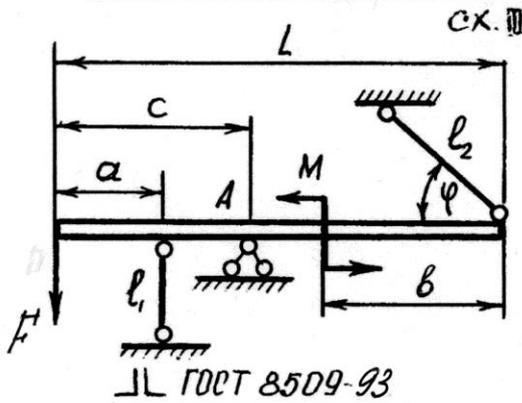
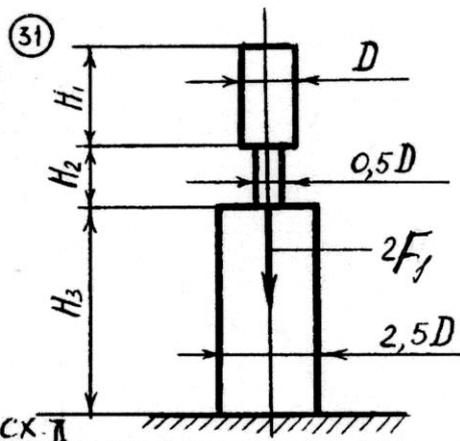
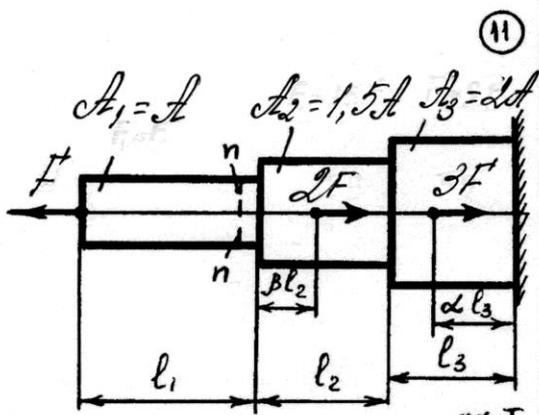
③①

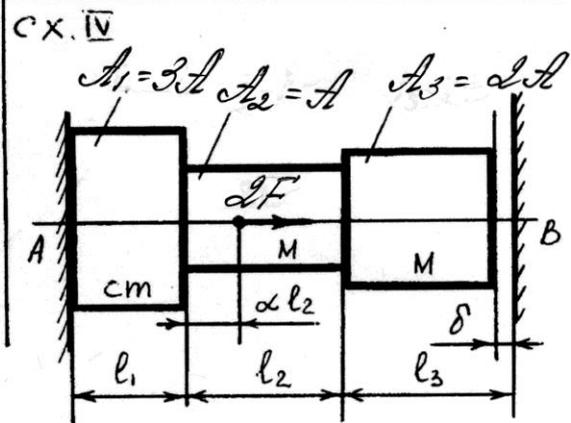
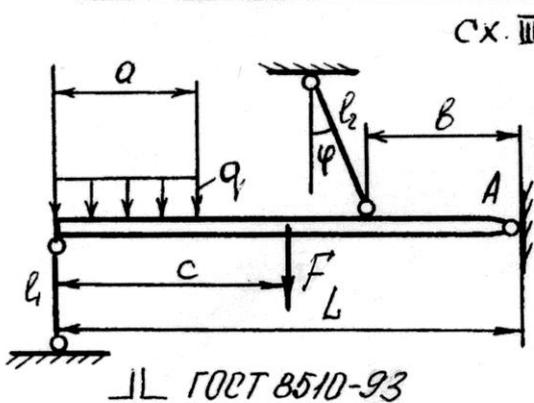
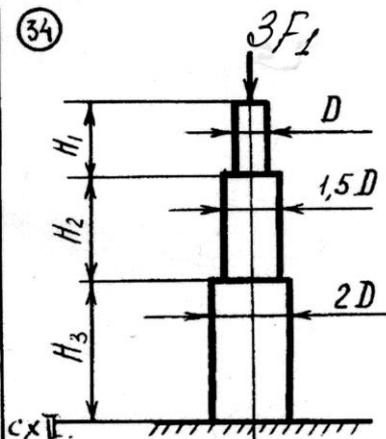
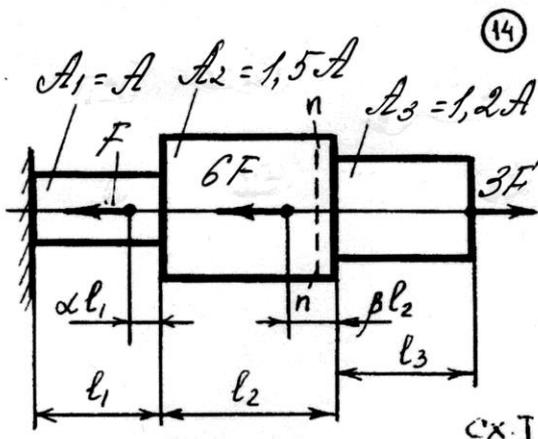
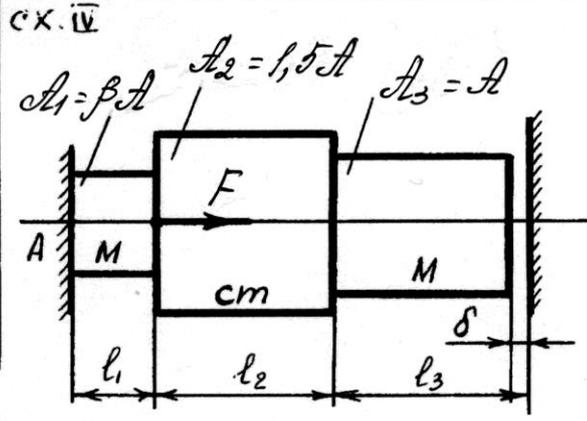
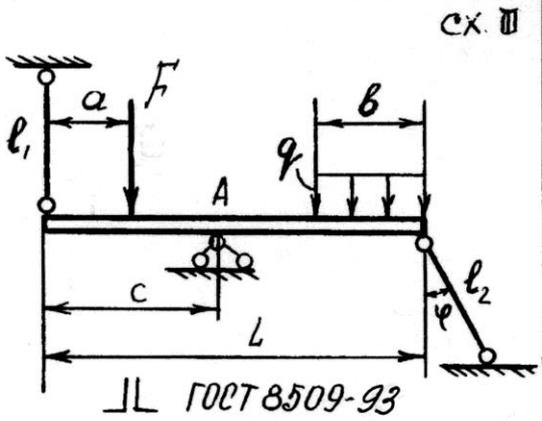
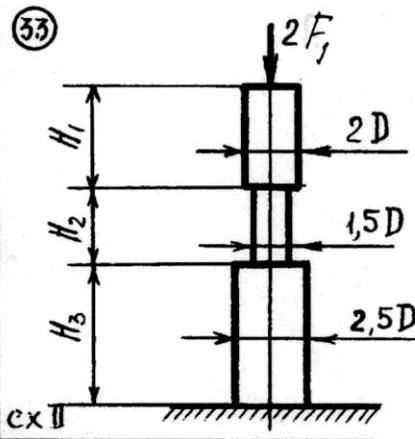
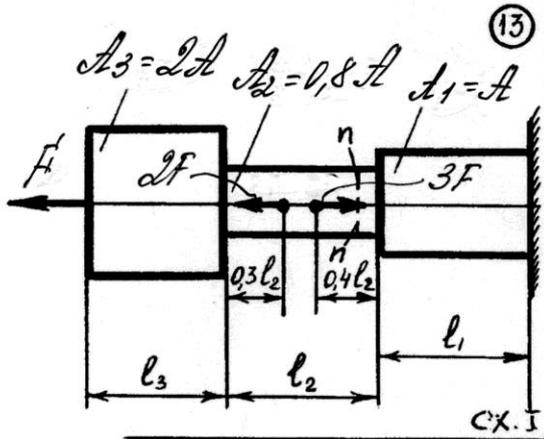


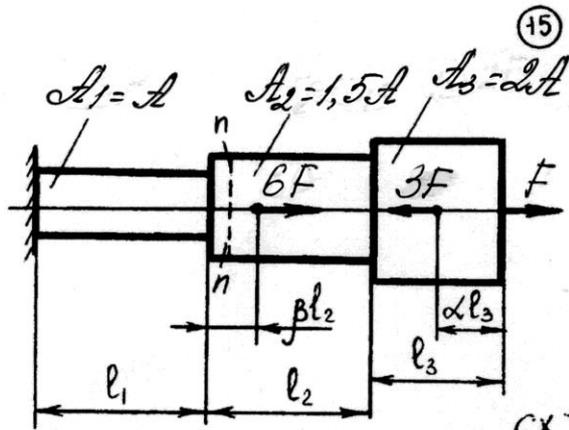
CX. II

CX. IV



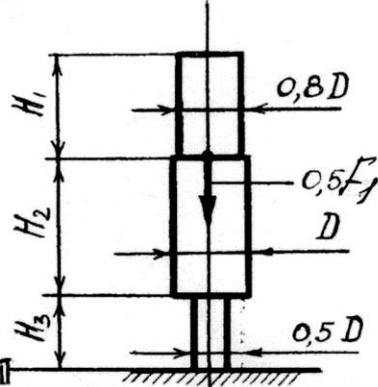






CX I

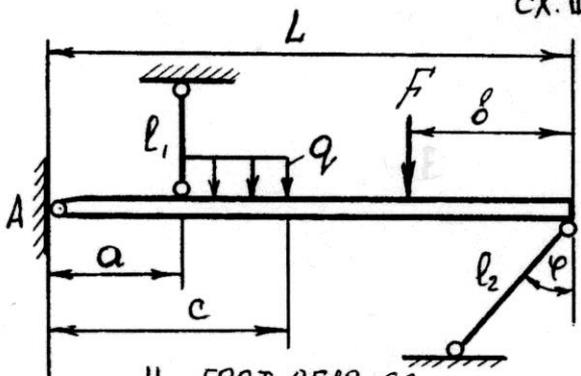
(35)



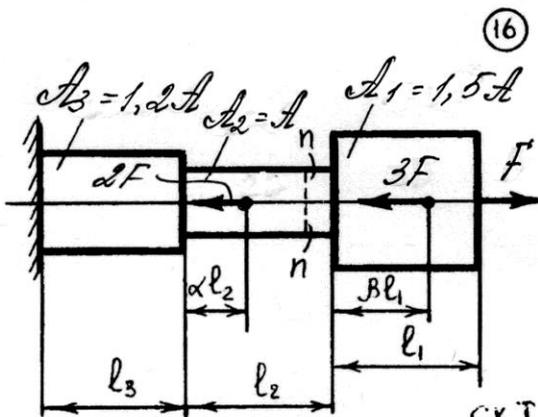
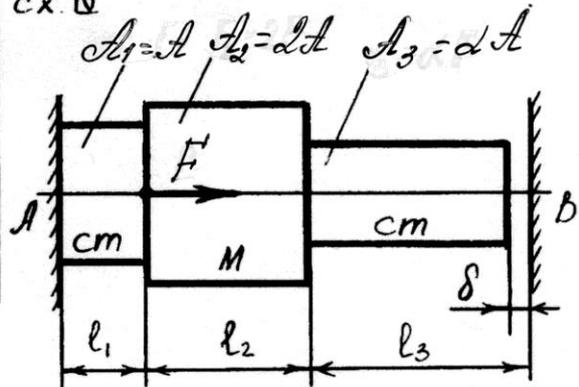
CX II

CX. III

CX. IV

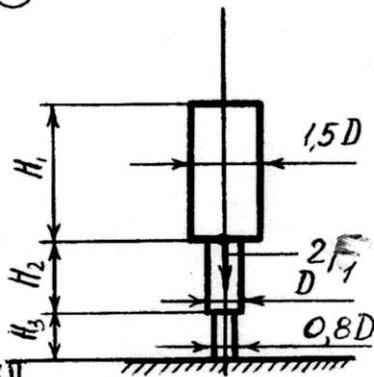


IL FOOT 8510-93



CX I

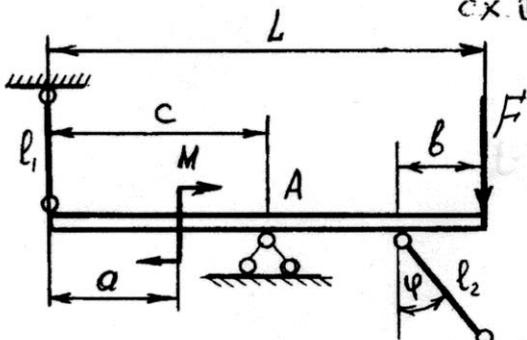
(36)



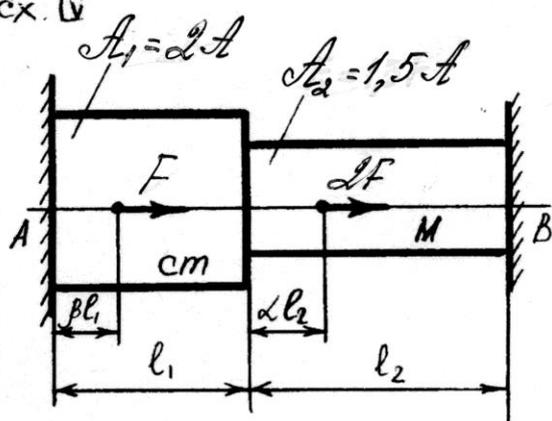
CX II

CX. III

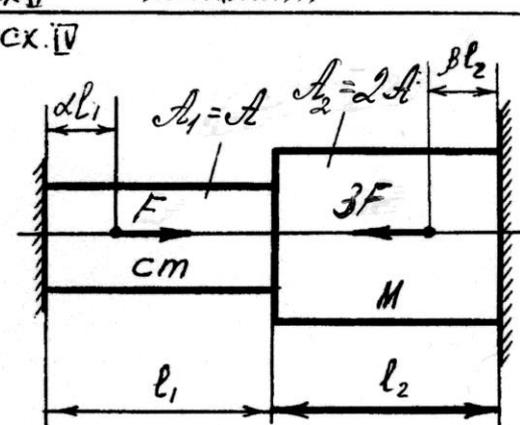
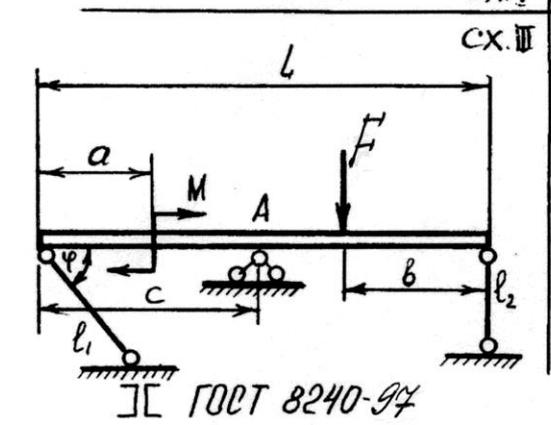
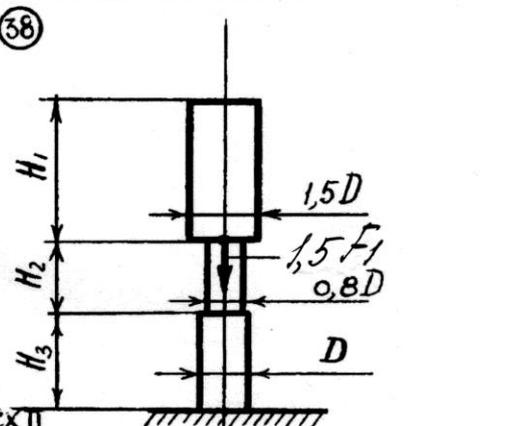
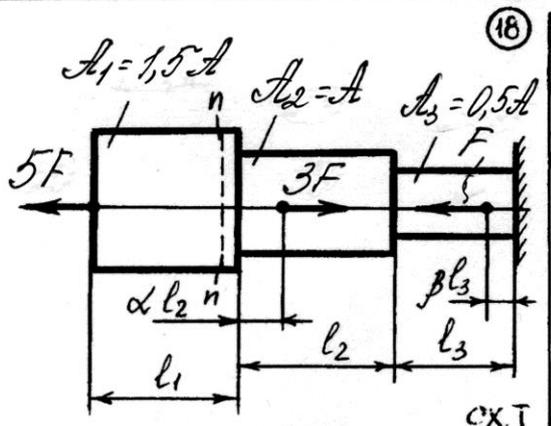
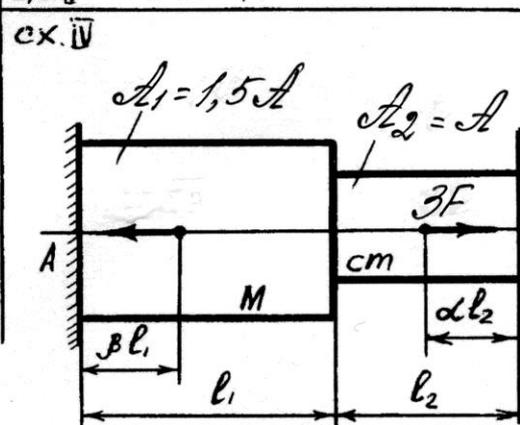
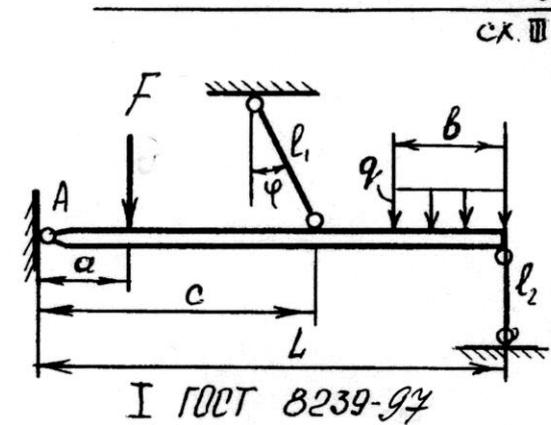
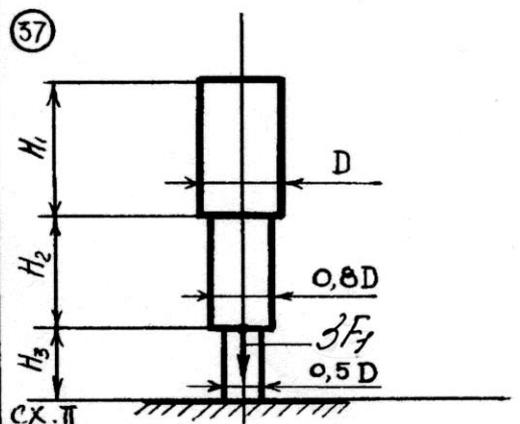
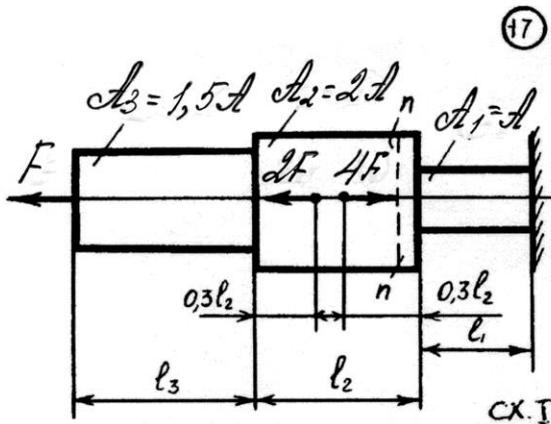
CX. IV

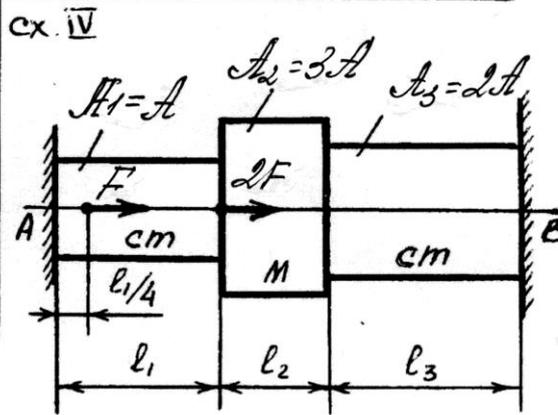
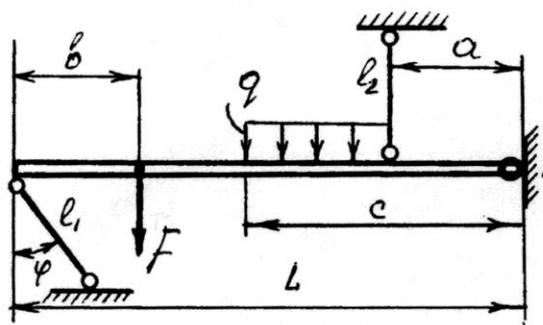
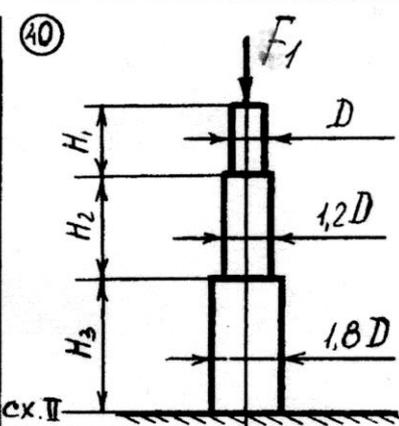
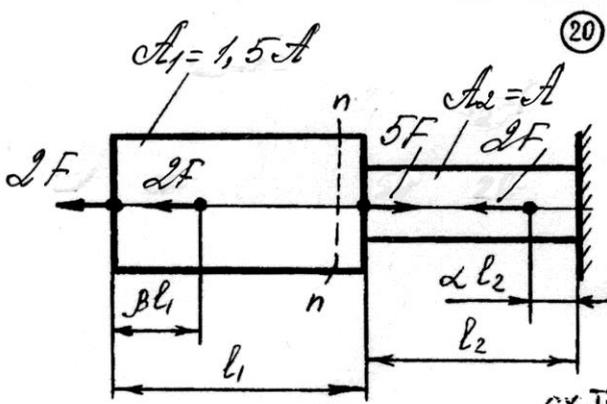
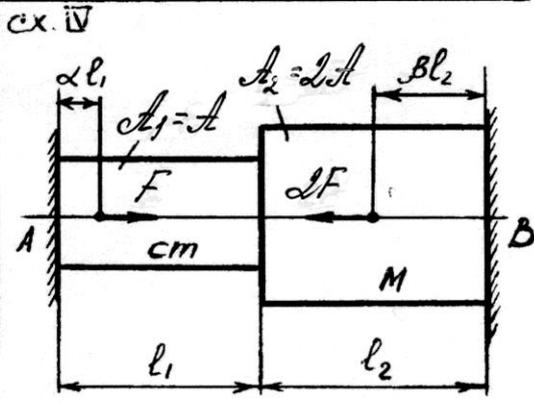
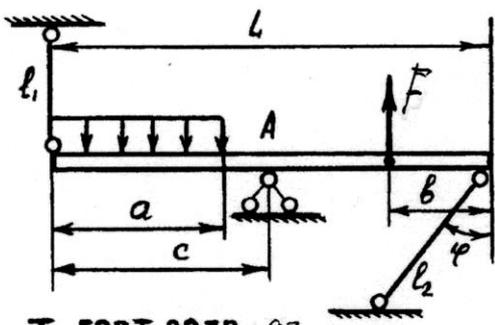
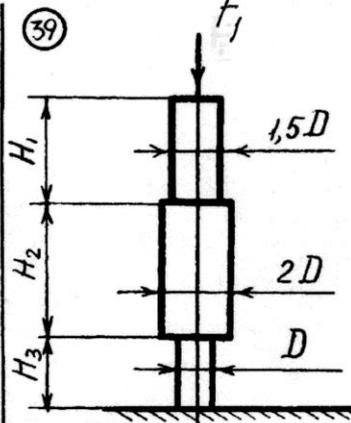
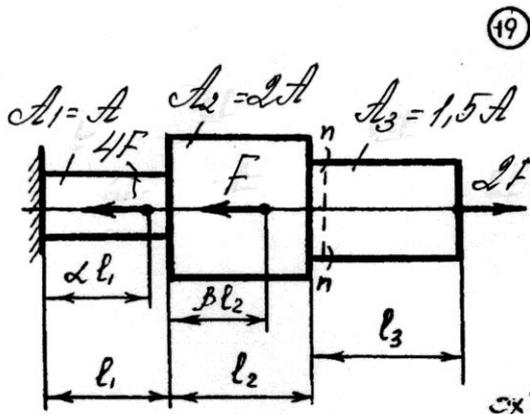


IL FOOT 8240-97



34





Учебное издание

Нахимович Ирина Алексеевна

РАСЧЕТЫ НА РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Печатается в авторской редакции
Технический редактор Н.С. Федорова

Подписано в печать 24.10.17. Формат 60×84/16.
Бумага газетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,32.
Тираж . Изд. № 90700. Заказ .

Редакционно-издательский центр ФГБОУ ВО РГУПС.

Адрес университета: 344038, г. Ростов н/Д, пл. Ростовского Стрелкового Полка
Народного Ополчения, д. 2.